ISSN:2181-0702

ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI
O'ZBEKISTON
1931

SCIENTIFIC BULLETIN
PHYSICAL AND MATHEMATICAL RESEARCH

ILMIY HABARNOMA
FIZIKA-MATEMATIKA TADQIQOTLARI

2023
VOLUME 5
ISSUE 1

ОГЛАВЛЕНИЕ

УДК 10.5539

Динамические системы симплекса квадратичных гомеоморфизмов

Д.Д. Ахмедова

Андижанский государственный университет им. З.М. Бобура. 170100 г. Андижан Узбекистан

Получена 8 мая 2023 г. Принята к печати 25 мая 2023 г.

Аннотация Настоящая работа посвящена оператора (2) вида, изучается части выделенные гиперплоскости и динамические системы оператора Волтерра. Основная задача: посмотрена и доказано место переоброзование точек областей выделенных симплексом с помощи оператора Волтерра.
Ключевые слова: Симплек, оператор Волтерра, динамическая система, гиперплоскость, переобразование .

Annotation. The present work is devoted to the operator (2) of the form, the parts of the distinguished hyperplane and the dynamical systems of the Volterra operator are studied. The main problem: the place of redrawing of points of the areas selected by the simplex with the help of the Volterra operator was examined and proved.
Keywords: Simplek, Volterra operator, dynamical system, hyperplane, transform.

Annotatsiya. Ushbu maqola (2) ko'rinishdagi operator haqida bo'lib, gipertekislikning ajratgan qismlari va ulardagi Volterra operatorining dinamik sistemasi o'rganilgan. Asosiy masala ya'ni simpleks ajratgan sohalardagi nuqtalar volterra operatori yordamida qayerga akslanishi ko'rib chiqilgan hamda isbotlangan.
Kalit so'zlar. Simpleks, Volterra operatori, dinamik sistema, gippertekislik, akslantirish.

PACS numbers: 02.30.Oz, 02.30.Mv, 02.30.Yy, 02.50.Le

Наша задача изучения динамики продолжительности $V_1 : H_1 \to H_1$ симплекса $V : S^{m-1} \to S^{m-1}$. Для этого нам необходимо знать динамическую систему что она такая? Первоначально термин динамическая система применяся в основном к механическим системам, движение которых описывается дифференциальными уровнениями. Основные результаты о динамических системах были получены А.М.Ляпуновым и А.Пуанкаре в конце девятнадцатого века. Позднее стало очевидно, что понятие динамических систем полезно анализа различных эволюционных процессов, изучаемых во многих науках. Определение динамической системы является математической формализацией общей научной концепции детерминированного процесса. Процесс называется детерминированным, если вес его будущий ход и все его прошлое однозначно определяются состоянием в настоящее время. Иногда рассматриваются полидетерминированные (необратимые) процессы, для которых настоящее состояние определяет только будущее, но не прошлое. Ниже попробуем определить как использовать динамическую систему в изучение симлпексов

Определение. Симплекс (точнее, n -симплекс, где число n называется размерностью симплекса) - это выпуклая оболочка $n+1$ точки аффинного пространства (размерности n или больше), которые предполагаются аффинно независимыми (то есть не лежат в подпространстве размерности $n-1$). Эти точки называются вершинами симплекса.

Теорема. Если для любых коэффицентов a_{ki} $i,k=\overrightarrow{1,m}$ и $x_k \in S^{m-1}$ выполняется следующие условие: $|a_{ki}| \le 1$ и $a_{ki} = -a_{ik}$, то оператор V определенный через формулой $ $x_{k'} = x_k(1+\sum_{i=1}^{m} a_{ki}x_i)$ $ переобразуют симплекса на самого себя, т.е $V : S^{m-1} \to S^{m-1}$

Доказательство. Если $x_k \in S^{m-1}$, то по свойству симплекса выполняется равенство $\sum_{k=1}^{m} x_k = 1$. Покажем, что оператор V переобразует симплекса на самого себя. Для этого нам достаточно доказать, что $\sum_{k=1}^{m} x'_k = 1$.

Теперь напишем элементов $x_{k'}$.

$$\begin{cases} x_{1'} = x_1(1+\sum_{i=1}^{m} a_{1i}x_i) = x_1 + x_1\sum_{i=1}^{m} a_{1i}x_i \\ x_{2'} = x_2(1+\sum_{i=1}^{m} a_{2i}x_i) = x_2 + x_2\sum_{i=1}^{m} a_{2i}x_i \\ x_{3'} = x_3(1+\sum_{i=1}^{m} a_{3i}x_i) = x_3 + x_3\sum_{i=1}^{m} a_{3i}x_i \\ \dots \\ x_{m'} = x_m(1+\sum_{i=1}^{m} a_{mi}x_i) = x_m + x_m\sum_{i=1}^{m} a_{mi}x_i \end{cases} \quad (1)$$

Учитывая $\sum_{k=1}^{m} x_k = 1$, рассмотрим остальные члены уравнения (1)

$$\begin{cases} x_1\sum_{i=1}^{m} a_{1i}x_i = x_1(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1m}x_m) \\ x_2\sum_{i=1}^{m} a_{2i}x_i = x_2(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2m}x_m) \\ x_3\sum_{i=1}^{m} a_{3i}x_i = x_3(a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3m}x_m) \\ \dots \\ x_m\sum_{i=1}^{m} a_{mi}x_i = x_m(a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mm}x_m) \end{cases}$$

так как $a_{ki} = -a_{ik}$ от равенство $a_{kk} = -a_{kk}$ следует что $a_{kk} = 0$. Тогда мы будем иметь равенство $\sum_{k=1}^{m} x'_k = \sum_{k=1}^{m} x_k = 1 = 1$

Зачит, что $x_{k'} \in S^{m-1}$ и это симплекс переобразует симплекса на самого себя.

Рассмотрим оператора

$$\begin{cases} x'_1 = x_1(1 + x_2 - x_3) \\ x'_2 = x_2(1 - x_1 + x_3) \\ x'_3 = x_3(1 + x_1 - x_2) \end{cases}$$

При продолжение концов симплекса наш гипперплоскость разделиться на 7 частей(рис1), а в остальные области симплекса, кроме себя, делятся на 2 части. Таким образом, мы имеем 13 областей. Рассмотрим координаты точки в этих областях. Оператор V переносить каждую область к другому областью.

Определим знаки координат:

1.$(x_1, x_2, x_3) \to (+,+,+)$

2.$(x_1, x_2, x_3) \to (-,+,+)$

3.$(x_1, x_2, x_3) \to (+,-,+)$

4.$(x_1, x_2, x_3) \to (+,+,-)$

5.$(x_1, x_2, x_3) \to (-,-,+)$

6.$(x_1, x_2, x_3) \to (-,+,-)$

7.$(x_1, x_2, x_3) \to (+,-,-)$

Координаты каждой части имеет разные значения.

Пусть нам дано $H_1 = \{\sum x_i = 1\}$.

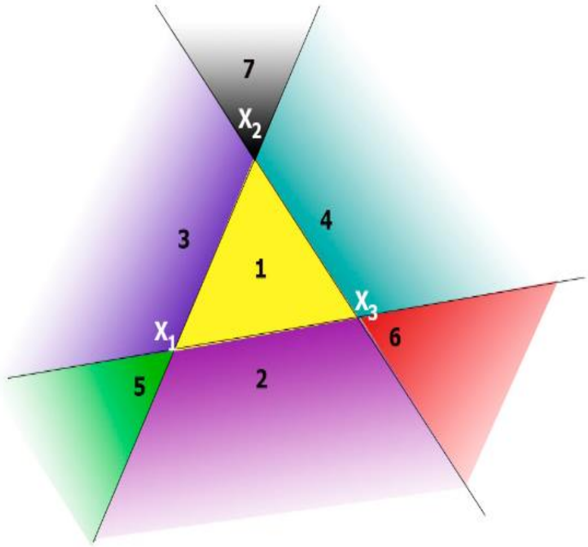

рис 1.

Основная задача: Изучение динамики продолжения $V_1 : H_1 \to H_1$ симплекса $V : S^{m-1} \to S^{m-1}$. Поставленная нам задача состоить в том, что каких точек продолжение H_1,оператор V переносить во внутр симплекса.

1. Пусть $H_1^2 = \{x = (x_1, x_2, x_3) : \sum_j x_j = 1, x_j > 0\ j = \overline{1,3}\}$ (область 1). В этом случае область переобразуется на самого себя

2. Пусть $H_2^2 = \{x = (x_1, x_2, x_3) : x_1 + x_2 + x_3 = 1, x_1 < 0, x_2 > 0, x_3 > 0\}$. Здес мы рассмотрим 2 случая.

a) $H_{2.1}^2 = \{x = (x_1, x_2, x_3) : x_1 + x_2 + x_3 = 1, x_1 < 0, 0 < x_2 < x_3\}$,

b) $H_{2.2}^2 = \{x = (x_1, x_2, x_3) : x_1 + x_2 + x_3 = 1, x_1 < 0, 0 < x_3 < x_2\}$

и имеем следующие:

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1<0, 1+x_2-x_3<0 \Rightarrow x_1'>0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_1<0 \Rightarrow 1-x_1+x_2>0 \Rightarrow x_2'>0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2)<0,\ x_1<0 \Rightarrow 1-x_1+x_2<0 \Rightarrow x_3'<0$

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1<0, 1+x_2-x_3>0 \Rightarrow x_1'<0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_1<0 \Rightarrow 1-x_1+x_3>0 \Rightarrow x_2'>0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2)<0,\ x_1<0 \Rightarrow 1-x_1+x_2<0 \Rightarrow x_3'<0$

В первом случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_4^2$ и оператор V переводит H_1^2 к H_4^2

Во втором случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_6^2$ и оператор V переводит H_2^2 к H_6^2.

3. Пусть $H_3^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_1>0, x_2<0, x_3>0\}$

Тогда мы рассмотрим 2 случая.

a) $H_{3.1}^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_2<0, 0<x_1<x_3\}$

b) $H_{3.2}^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_2<0, 0<x_3<x_1\}$

и имеем следующие:

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1<0, 1+x_2-x_3<0 \Rightarrow x_1'>0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_2<0 \Rightarrow 1-x_1+x_3<0 \Rightarrow x_2'>0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2)<0,\ x_2<0 \Rightarrow 1-x_1+x_2<0 \Rightarrow x_3'>0$

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1>0, 1+x_2-x_3<0 \Rightarrow x_1'<0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_2<0 \Rightarrow 1-x_1+x_3>0 \Rightarrow x_2'<0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2)<0,\ x_2<0 \Rightarrow 1-x_1+x_2<0 \Rightarrow x_3'>0$

В первом случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_2^2$ и оператор V переводит H_1^2 к H_2^2 . Во втором случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_5^2$ и оператор V H_2^2 к H_5^2.

4. Пусть $H_4^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_1>0, x_2>0, x_3<0\}$.

Тогда мы рассмотрим 2 случай.

a) $H_{4.1}^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_3<0, 0<x_1<x_2\}$,

b) $H_{4.2}^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_3<0, 0<x_2<x_1\}$

и имеем следующие:

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1>0, x_3<0 \Rightarrow x_1'>0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_2>0 \Rightarrow 1-x_1+x_3<0 \Rightarrow x_2'<0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2)<0,\ x_3<0 \Rightarrow 1-x_1+x_2<0 \Rightarrow x_3'>0$

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1>0, x_3<0 \Rightarrow x_1'>0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_2>0 \Rightarrow 1-x_1+x_3<0 \Rightarrow x_2'<0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2)<0,\ x_3<0 \Rightarrow 1-x_1+x_2>0 \Rightarrow x_3'<0$

В первом случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_3^2$ и оператор V переводит H_1^2 к H_3^2.

Во втором случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_7^2$ и оператор V переводит H_2^2 к H_7^2.

Об этом мы обсуждаем по позже.

5. Пусть $H_4^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_1<0, x_2<0, x_3>0\}$.

Тогда мы рассмотрим 2 случай.

a) $H_{4.1}^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_3>0, 0<|x_1|<|x_2|\}$,

b) $H_{4.2}^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_3>0, 0<|x_2|<|x_1|\}$

и имеем следующие:

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1<0, x_2<0 \Rightarrow x_1'>0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_2<0 \Rightarrow 1-x_1+x_3>0 \Rightarrow x_2'<0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2),\ x_3>0 \Rightarrow 1-x_1+x_2<0 \Rightarrow x_3'>0$

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1<0, x_3>0 \Rightarrow x_1'>0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_2<0, x_1<0 \Rightarrow 1-x_1+x_3<0 \Rightarrow x_2'<0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2),\ x_3>0 \Rightarrow 1-x_1+x_2>0 \Rightarrow x_3'>0$

в обоих случаях будет $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_7^2$ и оператор V переводит H_5^2 к H_7^2.

6.Пусть $H_6^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_1<0, x_2>0, x_3<0\}$

Тогда мы рассмотрим 2 случай.

a) $H_{6.1}^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_3<0, 0<|x_1|<|x_3|\}$,

b) $H_{6.2}^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_3<0, 0<|x_3|<|x_1|\}$

и имеем следующие:

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1<0, 1+x_2-x_3>0 \Rightarrow x_1'<0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_2>0 \Rightarrow 1-x_1+x_3<0 \Rightarrow x_2'<0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2),\ x_3<0 \Rightarrow 1-x_1+x_2<0 \Rightarrow x_3'>0$

$x_1' = x_1(1+x_2-x_3),\ x_1<0, 1+x_2-x_3>0 \Rightarrow x_1'<0$

$x_2' = x_2(1-x_1+x_3),\ x_2>0 \Rightarrow 1-x_1+x_3>0 \Rightarrow x_2'>0$

$x_3' = x_3(1+x_1-x_2)<0,\ x_3<0 \Rightarrow 1-x_1+x_2>0 \Rightarrow x_3'<0$

В первом случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_5^2$ и оператор V переводит H_6^2 к H_5^2.

Во втором случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_6^2$ и оператор V переводит H_6^2 к H_6^2.

7. Пусть $H_7^2=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_1>0, x_2<0, x_3<0\}$

. Тогда мы рассмотрим 2 случая.

a)
$H^2_{7.1}=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_1>0, x_2<0, x_3<0, 0<|x_2|<|x_3|\}$
b)
$H^2_{7.2}=\{x=(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=1, x_1>0, x_2<0, x_3<0, 0<|x_3|<|x_2|\}$
и имеем следующие:

$$x_1'=x_1(1+x_2-x_3),\ x_1>0, 1+x_2-x_3>0\Rightarrow x_1'>0$$
$$x_2'=x_2(1-x_1+x_3),\ x_2<0\Rightarrow 1-x_1+x_3<0\Rightarrow x_2'>0$$
$$x_3'=x_3(1+x_1-x_2),\ x_3<0\Rightarrow 1-x_1+x_2<0\Rightarrow x_3'>0$$
$$x_1'=x_1(1+x_2-x_3),\ x_1>0, 1+x_2-x_3<0\Rightarrow x_1'<0$$
$$x_2'=x_2(1-x_1+x_3),\ x_2<0\Rightarrow 1-x_1+x_3<0\Rightarrow x_2'>0$$
$$x_3'=x_3(1+x_1-x_2)<0,\ x_3<0\Rightarrow 1-x_1+x_2<0\Rightarrow x_3'>0$$

В первом случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_1^2$ и оператор V переводит H_7^2 к H_1^2, т.е внутр симплекса. Во втором случае $x=(x_1',x_2',x_3')\in H_2^2$ и оператор V переводит H_7^2 . В этом случае оказывается оператор V переводит точки не в симплексе, а во внутр симплекса. Высше в 4-й области есть такие же точки. Выберем эти точки следующим образом $(x_1,x_2,x_3)\to(+,+,-)$ это знаки элементов в 4-й области. Допустим, что $|x_1|=|x_3|$ и $x_2=1$ Тогда создадим

$$x_1'=x_1(1+x_2-x_3),\ x_1>0, x_3<0\Rightarrow 1+x_2-x_3>0\Rightarrow x_1'>0$$
$$x_2'=x_2(1-x_1+x_3),\ x_2>0, |x_1|=|x_3| \text{ разным знаком} \Rightarrow 1-x_1+x_3<0\Rightarrow x_2'>0$$
$$x_3'=x_3(1+x_1-x_2)<0,\ x_3<0\Rightarrow 1-x_1+x_2<0\Rightarrow x_3'>0$$

С этого видно, что оператор V, таких точек от 4-ой области, то же переводит во внутр симплекса.

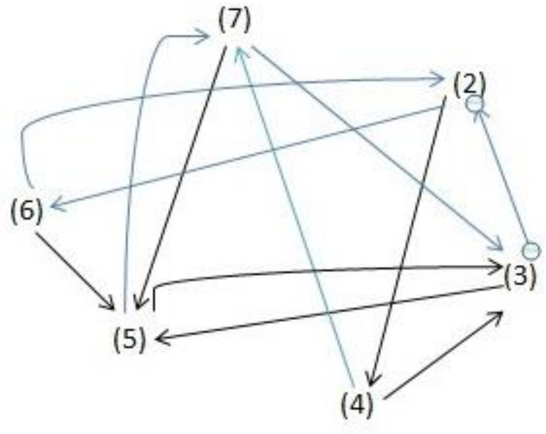

рис 2.

Маршрут точек в гиперплоскости показана на рис.2

Теорема. В квадратичном стохотическом операторе V гиперплоскость H будет инвариантным множеством.

Литературы

1. Ганиходжаев Р. Н. Карта неподвижных точек и функции Ляпунова для одного класса дисткретных динамических систем // Мат. заметки. 1994. 56. С. 1125-1131. 34
2. Ганиходжаев Р. Н. Квадратичные стохастические операторы, функция Ляпунова и турниры// Мат.Сб.1992.83, № 8. Ст. 119-140
3. К.А.Курганов.,ГаниходжаевР.Н. “Динамика вольтера стохастических операторов четвертой степени” Республиканская научная конференция.Ташкент.2013.19-21сентябрь.77-79стр.
4. Harary. Graph Theory. M.: Мир, 1973.

Dynamical systems of the simplex of quadratic homeomorphisms

D.D. Ahmedova

Andijan State University named after Z.M. Bobur. 170100 Andijan Uzbekistan

Annotation. The present work is devoted to the operator (2) of the form, the parts of the distinguished hyperplane and the dynamical systems of the Volterra operator are studied. The main problem: the place of redrawing of points of the areas selected by the simplex with the help of the Volterra operator was examined and proved.

Keywords: Simplek, Volterra operator, dynamical system, hyperplane, transform.

References

1. Ganihodzhaev R. N. Karta nepodvizhnyh tochek i funkcii Ljapunova dlja odnogo klassa distkretnyh dinamicheskih sistem // Mat. zametki. 1994. 56. S. 1125-1131. 34
2. Ganihodzhaev R. N. Kvadratichnye stohasticheskie operatory, funkcija Ljapunova i turniry// Mat.Sb.1992.83, № 8. Ct. 119-140
3. K.A.Kurganov.,GanihodzhaevR.N. “Dinamika vol'tera stohasticheskih operato-rov chetvertoj stepeni” Respublikanskaja nauchnaja konferencija.Tashkent.2013.19-21sentjabr'.77-79str.
4. Harary. Graph Theory. M.: Mir, 1973.

Сведения об авторов????????

Ахмедова Дилафруз Даврбек кизи
Tel: +99977275525
E-mail: dilafruzahmedova212@icloud.com
Докторант Андижанского государственного университета