



SCIENTIFIC BULLETIN

PHYSICAL AND MATHEMATICAL RESEARCH

ILMIY HABARNOMA

FIZIKA-MATEMATIKA TADQIQOTLARI

2023
VOLUME 5
ISSUE 1

ОГЛАВЛЕНИЕ

Физика

| | |
|---|----|
| С.З. ЗАЙНАБИДИНОВ, А.С. САИДОВ, А.Й. БОБОЕВ, Б.М. ЭРГАШЕВ Получения, морфология и фотоэлектрические свойства гетероструктуры $n\text{-Si}-p\text{-(Ge}_2\text{)}_{1-x-y}\text{(GaAs)}_x\text{(ZnSe)}_y$ | 7 |
| Н.Ф. ЗИКРИЛЛАЕВ, К.А. ИСМАЙЛОВ, С.З. ЗАЙНАБИДИНОВ, З.Т. КЕНЖАЕВ, Б.К. ИСМАЙЛОВ Влияние легирования никелем на спектральную чувствительность кремниевых солнечных элементов | 16 |
| М.Ш. ИСАЕВ, А.Т. МАМАДОЛИМОВ, Ш.К. АКБАРОВ Структура приповерхностного слоя диффузионно-легированного кремния атомами хрома и кобальта..... | 21 |
| M.B. TAGAEV, A.A. ABDREYMOV, U.D. BAIRAMOV Kremniyli p-n o'tishda mikroplazmalarning shakllanishi..... | 27 |
| M.B. FOZILJONOV, I.N. KARIMOV, A.E. ABDIKARIMOV Influence of the local trapped charge in oxide to the gate - drain capacitance in a FinFET | 33 |
| Ш.Х. ЙУЛЧИЕВ, И.М. СОЛИЕВ, Х.Ж. МАНСУРОВ Рентгеноструктурные исследования кремния марки КДБ-20 с участием кислорода..... | 37 |

Техника

| | |
|---|----|
| Р.А. МУМИНОВ, В.Г. ДЫСКИН, О.Ф. ТУКФАТУЛЛИН, Б.Н. БУТУНБАЕВ, К.А. ДЖУМАМУРАТОВ К вопросу применения гидрофобных плёнок для пассивной очистки фронтальной поверхности фотоэлектрических модулей..... | 42 |
| С. ЗАЙНАБИДИНОВ, Б. УРМАНОВ, С. АЛИЕВ Разработка конструкции нового солнечного осветительного устройства..... | 47 |
| С.С. НАСРИДДИНОВ, А.К. ХАМРАКУЛОВ, Н.Т. МОВЛОНОВ, М.И. МАННАНОВ Метод определения удельного сопротивления почвы..... | 53 |
| Ш.А. ГУЛАМОВ, Г.М. МЎМИНОВА Легирланган ва лнгирланмаган кўға ўсимлиги толаларини таййорлаш хамда уларнинг оптоэлектроник хоссалари тадқиқ қилиш усуллари..... | 58 |

Математика

| | |
|--|----|
| А.К. УРИНОВ, Д.А. УСМОНОВ Нелокальная задача для вырождающегося уравнения второго порядка, содержащего интегро-дифференциальный оператор дробного порядка с функцией Бесселя в ядре..... | 64 |
| N. UMRZAQOV, I.S. ZAYNABIDDINOV On a pursuit differential game with integral constraints in R^n | 75 |
| Д.Д. АХМЕДОВА Динамические системы симплекса квадратичных гомеоморфизмов..... | 83 |

Ф.А. ЮСУПОВ, Д.Д. АХМЕДОВА

| | |
|--|----|
| Инвариантность некоторых стохастических квадратичных операторов неволтерного типа в двухмерном симплексе..... | 87 |
|--|----|

Информатика

Р.К. АЗИМОВ, Б.Р. АЗИМОВ

| | |
|---|----|
| Машинали ўқитишда регрессия усуллари..... | 90 |
|---|----|

М.К.МАХКАМОВ, Х.А.МАМАДАЛИЕВ, Ш.Ш.ХОЖИКУЛОВ

| | |
|---|----|
| Метод Фурье для исследования распространения волны уплотнения в трубопроводах установленном демпфером..... | 96 |
|---|----|

Ғ.О. ТАЖИБАЕВ, М.М. МИРЗАЕВА, Ш.О. ТЎРАХОНОВА.

| | |
|--|-----|
| Юпқа пластина эгилиши масаласини интегралли усулда ечишда чегаравий шартларга боғлиқ бўлган махсусликни эътиборга олиш..... | 104 |
|--|-----|

Персоналии

| | |
|---|-----|
| Академиг М.Мусахонов 80 ёшда..... | 111 |
| <i>Правила оформления статьи.....</i> | 113 |

УДК10.5539

Инвариантность, некоторых стохастических квадратичных операторов неволтерного типа в двухмерном симплексе

¹Юсупов Ф. А, ²Ахмедова Д. Д

¹Ташкентский Государственный Транспортный Университета

²Андижанский государственный университет им. З.М. Бобура. 170100 г. Андижан Узбекистан

Получена 8 мая 2023 г. Принята к печати 25 мая 2023 г.

Аннотация: в настоящей работе найдены внутренние не подвижные точки некоторых квадратичных стохастических операторов и изучена характеристика этих точек доказано что существует инвариантные линии соединяющие их

Ключевые слова: Симплекс, стохастический оператор, не подвижная точка, инварианта

Annotation. In the present work, internal fixed points of some quadratic stochastic operators are found and the characteristics of these points are studied and it is proved that there are invariant lines connecting them

Keywords: Simplex, stochastic operator, fixed point, invariant

Annotatsiya: Ushbu maqolada ikki o'lchamli simpleksda ba'zi novolterra tipidagi kvadratik stoxastik operatorlarning ichki qo'zg'almas nuqtalari topilgan hamda bu nuqtalarning haraktrestikalari o'rganib chiqilib, bu nuqtalarni tutashtiruvchi invariant chiziqli mavjudligi isbotlangan

Kalit so'zlar: Simpleks, stoxastik operator, qo'zg'almas nuqta,

PACS numbers: 02.30.Oz, 02.30.Mv, 02.30.Yy, 02.50.Le.

Имеет следующий вид:

$$W: \begin{cases} x' = a(x^2 + y^2 + z^2) + 2yz \\ y' = a(x^2 + y^2 + z^2) + 2xz \\ z' = b(x^2 + y^2 + z^2) + 2xy \end{cases} \quad (1)$$

где $2a + b = 1, a, b \geq 0$.

Было изучено неподвижная точка оператора при $a = 0$

$(0,0,1)$ va $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ будет решением системы

$$\begin{cases} 2yz = x \\ 2xz = y \\ (x^2 + y^2 + z^2) + 2xy = z \end{cases}$$

В случае когда $0 < a \leq \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} a(x^2 + y^2 + z^2) + 2yz = x \\ a(x^2 + y^2 + z^2) + 2xz = y \\ b(x^2 + y^2 + z^2) + 2xy = z \end{cases} \quad (2)$$

Вычитаем второе уравнение из первого уравнения системы (2).

$$\begin{aligned} 2z(y - x) &= x - y \\ (y - x)(2z + 1) &= 0 \\ y &= x, z = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Невозможно в случае когда $z = -\frac{1}{2}$, если соотношение $y = x$ и $z = 1 - 2x$ подставим на первое уравнения системы (2) тогда составим следующее квадратное уравнения

$$(6a - 4)x^2 + (1 - 4a)x + a = 0$$

Дискриминант данного уравнения имеет сл.вид :

$$D = 1 + 8a - 8a^2 = 1 + 8a(1 - a) > 0$$

Поэтому данное уравнения имеет два корня следующего вида:

$$x_{1,2} = \frac{4a - 1 \pm \sqrt{1 + 8a(1 - a)}}{4(3a - 2)}$$

Известно что при $0 < a \leq \frac{1}{2}$ выполняется следующее неравенство:

$4a - 1 + \sqrt{1 + 8a(1 - a)} > 4a \geq 0$ и $3a - 2 < 0$. Из этого мы имеем отрицательный корень

$$x_2 = \frac{4a - 1 + \sqrt{1 + 8a - 8a^2}}{4(3a - 2)} < 0, \text{ поэтому мы не}$$

имеем право взять это решение.

При выполнении неравенств $4a - 1 - \sqrt{1 + 8a(1 - a)} < 2(2a - 1) \leq 0$ и $3a - 2 < 0$ корень квадратного уравнения равняется

$$x_1 = \frac{4a-1-\sqrt{1+8a-8a^2}}{4(3a-2)} \quad \text{и} \quad x_1 > 0 \quad \text{Из}$$

$$1-4a+\sqrt{1+8a-8a^2} < 1-4a+\sqrt{1+8a+16a^2} = 1-4a+\sqrt{(1+4a)^2} = 2$$

и $0 < a \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \leq 8-12a < 8 \Rightarrow \frac{1}{8} < \frac{1}{8-12a} \leq \frac{1}{2}$

вытекает следующее:

$$x_1 = \frac{4a-1-\sqrt{1+8a-8a^2}}{4(3a-2)} = \frac{1-4a+\sqrt{1+8a-8a^2}}{8-12a} < 1.$$

В итоге мы приходим к следующему выводу что оператор (1) при условии $0 < a \leq \frac{1}{2}$ имеет неподвижную точку

$$(x^*, y^*, z^*) = \left(\frac{4a-1-\sqrt{1+8a-8a^2}}{4(3a-2)}, \frac{4a-1-\sqrt{1+8a-8a^2}}{4(3a-2)}, \frac{2a-3+\sqrt{1+8a-8a^2}}{2(3a-2)} \right)$$

Для определения тип неподвижных точек воспользуясь равенством $z = 1 - x - y$ запишем оператор (1) следующем виде:

$$V: \begin{cases} x' = a(x^2 + y^2 + (1-x-y)^2) + 2y(1-x-y) \\ y' = a(x^2 + y^2 + (1-x-y)^2) + 2x(1-x-y) \end{cases} \quad (3)$$

Где $(x, y) \in T = \{(x, y) \in [0, 1]^2 : x + y \leq 1\}$ и точки x, y является координатами первоначальной точки лежащей двухмерном симплексе.

Якобиан оператора V в точке (x, y) имеет следующий вид:

$$J_V(x, y) = \begin{pmatrix} 2(2ax + (a-1)y - a) & 2(a-1)(x+2y-1) \\ 2(a-1)(2x+y-1) & 2((a-1)x+2ay-a) \end{pmatrix}.$$

Из за того что выполняется равенство $x^* = y^*$ в неподвижной точке (x^*, y^*, z^*) находим собственные значения в данной неподвижной точке следующим образом.

$$|J_V(x^*, y^*) - \lambda E| = \begin{vmatrix} 2((3a-1)x^* - a) - \lambda & 2(a-1)(3x^* - 1) \\ 2(a-1)(3x^* - 1) & 2((3a-1)x^* - a) - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda_1 = 1 - \sqrt{1+8a-8a^2} \quad \lambda_2 = \frac{3-2a-\sqrt{1+8a-8a^2}}{3a-2}$$

Нетрудно показать что имеет места неравенство $1 - \sqrt{3} \leq 1 - \sqrt{1+8a-8a^2} < 0$ и

$$-1 < \frac{3-2a-\sqrt{1+8a-8a^2}}{3a-2} \leq 2\sqrt{3}-4 \quad \text{при}$$

выполнении неравенств $0 < a \leq \frac{1}{2}$,

$1 < \sqrt{1+8a-8a^2} \leq \sqrt{3}$ откуда и вытекает выполнения неравенств $|\lambda_1| < 1$ и $|\lambda_2| < 1$. Таким образом мы показали что неподвижная точка (x^*, y^*, z^*) является гиперболическая неподвижная точка притягивающего типа.

Инвариантные множества: Из равенства $x' - y' = -2z(x - y)$ вытекает что $x = y \Leftrightarrow x' = y'$ т.е. медиана $x = y$ является инвариантной прямой. Кроме того вершины симплекса $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ и первое ребро $z = 0$ после первой итерации будет принадлежать инвариантной прямой $x = y$.

Периодические точки.

$$W: \begin{cases} x' = a(x^2 + y^2 + z^2) + 2yz \\ y' = a(x^2 + y^2 + z^2) + 2xz \\ z' = b(x^2 + y^2 + z^2) + 2xy \end{cases}$$

$$W^2: \begin{cases} x'' = a(x'^2 + y'^2 + z'^2) + 2y'z' \\ y'' = a(x'^2 + y'^2 + z'^2) + 2x'z' \\ z'' = b(x'^2 + y'^2 + z'^2) + 2x'y' \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(x'^2 + y'^2 + z'^2) + 2y'z' = x \\ a(x'^2 + y'^2 + z'^2) + 2x'z' = y \\ b(x'^2 + y'^2 + z'^2) + 2x'y' = z \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x'' - y'' &= 2z'(y' - x') = (x - y) \\ y' - x' &= 2z(x - y) \\ 4z \cdot z'(x - y) &= (x - y) \\ (4z \cdot z' - 1)(x - y) &= 0 \\ x = y, 4z \cdot z' - 1 &= 0 \\ \text{а) } x &= y \end{aligned}$$

$$f(x) = x' = a(x^2 + y^2 + z^2) + 2yz = (6a-4)x^2 + (1-4a)x + a$$

$$f^2(x) = x'' = a(x'^2 + y'^2 + z'^2) + 2y'z' = (6a-4)x'^2 + (1-4a)x' + a$$

Введем следующую обозначения: $f(x) - x = t \Rightarrow f(x) = t + x$

$$\begin{aligned} f^2(x) - x &= (6a-4)x'^2 + (1-4a)x' + a = \\ &= (6a-4)(t+x)^2 + (1-4a)(t+x) + a = \\ &= t((6a-4)(t+2x) + 3-4a) \end{aligned}$$

$$\frac{f^2(x) - x}{f(x) - x} = 0$$

$$(6a-4)(t+2x) + 3-4a = 0$$

$$(6a-4)^2 x^2 + (6a-4)(3-4a)x + 6a^2 - 8a + 3 = 0$$

Это уравнения не имеет действительных корней потому что

$$D = (6a-4)^2 \left(-1 - 8 \left(a - \frac{1}{2} \right)^2 \right) < 0$$

На медиане $x = y$ выполняется сл. соотношения:

$$x' = f(x) = (6a-4)x^2 + (1-4a)x + a$$

$$g(x) = \mu x(1-x)$$

$$(f \circ h)(x) = (h \circ g)(x) \quad \text{где } h(x) = \alpha x + \beta$$

$$(f \circ h)(x) = (6a - 4)(ax + \beta)^2 + (1 - 4a)(ax + \beta) + a = \alpha^2(6a - 4)x^2 + (2\alpha\beta(6a - 4) + \alpha(2 - 4a))x + (6a - 4)\beta^2 + (2 - 4a)\beta + a$$

$$(h \circ g)(x) = \alpha\mu x(1 - x) + \beta = -\alpha\mu x^2 + \alpha\mu x + \beta$$

$$\begin{cases} -\alpha\mu = \alpha^2(6a - 4) \\ \alpha\mu = 2\alpha\beta(6a - 4) + \alpha(2 - 4a) \\ \beta = (6a - 4)\beta^2 + (2 - 4a)\beta + a \end{cases}$$

Из первого уравнения получим

$$\mu = \alpha(4 - 6a)$$

Из второго уравнения получим

$$\mu = 2\beta(6a - 4) + (2 - 4a)$$

Приравниваем найденные нами μ b
получим

$$2\beta(6a - 4) + (2 - 4a) = \alpha(4 - 6a)$$

$$\alpha = \frac{\beta(6a - 4) + 1 - 2a}{2 - 3a}$$

Из третьего уравнения получим

$$(6a - 4)\beta^2 + (1 - 4a)\beta + a = 0$$

$$\beta = \frac{4a - 1 \pm \sqrt{1 + 8a - 8a^2}}{4(3a - 2)}$$

$$\alpha = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8a - 8a^2}}{4 - 6a}$$

$$\mu = 1 \pm \sqrt{1 + 8a - 8a^2}.$$

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + 8a - 8a^2} = 1 + \sqrt{1 + 8a(1 - a)} = 1 + \sqrt{3 - 8\left(a - \frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\max \mu = 1 + \sqrt{3} < 3$$

$\min \mu = 2$ т.е. имеет место сл.неравенство: $2 \leq \mu < 3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Zakharevich, Uspekhi Mat. Nauk 33:6 (1978), 207–208; English transl., Russian Math.Surveys 33:6 (1978), 265–266.

2. К.А.Курганов. Асимптотическое поведение траекторий дискретных динамических систем, порожденных квадратичными стохастическими операторами вольтерровского типа. Канд. Дисс. АН. Р. Узбекистан. Институт математики имени В.И. Ромоновского .1994 г.

3. N.Ganikhodjaev, R.Ganikhodjaev, U.Jamilov, Quadratic stochastic operators and zero-sum game dynamics, Ergod.Th.and Dynam.Sys.35(5)(2015)1443-1473.

4. Ганиходжаев Р. Н. Карта неподвижных точек и функции Ляпунова для одного класса дискретных динамических систем // Мат. заметки. 1994. 56. С. 1125-1131. 34

5. К.А.Курганов., Ганиходжаев Р.Н. “Динамика вольтера стохастических операторов

четвертой степени” Республиканская научная конференция.Ташкент.2013.19-21сентябрь.77-79стр. Harary. Graph Theory. M.: Мир, 1973.

Invariance of some stochastic quadratic operators of non-volterra type in a two-dimensional simplex

¹Yusupov F. A., ²Ahmedova D. D

¹Tashkent State Transport University

²Andijan State University named after Z.M. Bobur. 170100 Andijan Uzbekistan

Annotation. In the present work, internal fixed points of some quadratic stochastic operators are found and the characteristics of these points are studied and it is proved that there are invariant lines connecting them

Keywords: Simplex, stochastic operator, fixed point, invariant

References

1. М. И. Zakharevich, Uspekhi Mat. Nauk 33:6 (1978), 207–208; English transl., Russian Math.Surveys 33:6 (1978), 265–266.

2. K.A.Kurganov. Asimptoticheskoe povedenie traektorij diskretnyh dinamicheskikh sistem, porozhdenykh kvadratischnymi stohasticheskimi operatorami volterrovskogo tipa. Kand. Diss. AN. R. Uzbekistan. Institut matematiki imeni V.I. Romonovskogo .1994 g.

3. N.Ganikhodjaev, R.Ganikhodjaev, U.Jamilov, Quadratic stochastic operators and zero-sum game dynamics, Ergod.Th.and Dynam.Sys.35(5)(2015)1443-1473.

4. Ganihodzhaev R. N. Karta nepo-dvizhnyh toчек i funkcii Ljapunova dlja od-nogo klassa distkretnyh dinamicheskikh si-stem // Mat. zametki. 1994. 56. S. 1125-1131. 34

5. K.A.Kurganov., Ganihodzhaev R.N. “Dinamika vol'tera stohasticheskikh operatorov chetvertoj stepeni” Respublikanskaja nauchnaja konferenciya.Tashkent.2013.19-21sentjabr'.77-79str.

Сведения об авторах

Юсупов Фаррух Алишер угли

E-mail: farrukhyusupovchambil@mail.ru

Докторант Ташкентский Государственный Транспортный Университета

Ахмедова Дилафруз Даврбек кизи

Tel: +99977275525 E-mail: dilafruzahmedova212@icloud.com

Докторант Андижанского государственного университета