



SCIENTIFIC BULLETIN

PHYSICAL AND MATHEMATICAL RESEARCH

ILMIY HABARNOMA

FIZIKA-MATEMATIKA TADQIQOTLARI

2023
VOLUME 5
ISSUE 1

ОГЛАВЛЕНИЕ

Физика

С.З. ЗАЙНАБИДИНОВ, А.С. САИДОВ, А.Й. БОБОЕВ, Б.М. ЭРГАШЕВ Получения, морфология и фотоэлектрические свойства гетероструктуры $n\text{-Si}-p\text{-(Ge}_2\text{)}_{1-x-y}\text{(GaAs)}_x\text{(ZnSe)}_y$	7
Н.Ф. ЗИКРИЛЛАЕВ, К.А. ИСМАЙЛОВ, С.З. ЗАЙНАБИДИНОВ, З.Т. КЕНЖАЕВ, Б.К. ИСМАЙЛОВ Влияние легирования никелем на спектральную чувствительность кремниевых солнечных элементов	16
М.Ш. ИСАЕВ, А.Т. МАМАДОЛИМОВ, Ш.К. АКБАРОВ Структура приповерхностного слоя диффузионно-легированного кремния атомами хрома и кобальта.....	21
М.В. TAGAEV, A.A. ABDREYMOV, U.D. BAIRAMOV Kremniyli p-n o'tishda mikroplazmalarning shakllanishi.....	27
М.В. FOZILJONOV, I.N. KARIMOV, A.E. ABDIKARIMOV Influence of the local trapped charge in oxide to the gate - drain capacitance in a FinFET	33
Ш.Х. ЙУЛЧИЕВ, И.М. СОЛИЕВ, Х.Ж. МАНСУРОВ Рентгеноструктурные исследования кремния марки КДБ-20 с участием кислорода.....	37

Техника

Р.А. МУМИНОВ, В.Г. ДЫСКИН, О.Ф. ТУКФАТУЛЛИН, Б.Н. БУТУНБАЕВ, К.А. ДЖУМАМУРАТОВ К вопросу применения гидрофобных плёнок для пассивной очистки фронтальной поверхности фотоэлектрических модулей.....	42
С. ЗАЙНАБИДИНОВ, Б. УРМАНОВ, С. АЛИЕВ Разработка конструкции нового солнечного осветительного устройства.....	47
С.С. НАСРИДДИНОВ, А.К. ХАМРАКУЛОВ, Н.Т. МОВЛОНОВ, М.И. МАННАНОВ Метод определения удельного сопротивления почвы.....	53
Ш.А. ГУЛАМОВ, Г.М. МЎМИНОВА Легирланган ва лнгирланмаган кўға ўсимлиги толаларини таййорлаш хамда уларнинг оптоэлектроник хоссалари тадқиқ қилиш усуллари.....	58

Математика

А.К. УРИНОВ, Д.А. УСМОНОВ Нелокальная задача для вырождающегося уравнения второго порядка, содержащего интегро-дифференциальный оператор дробного порядка с функцией Бесселя в ядре.....	64
N. UMRZAQOV, I.S. ZAYNABIDDINOV On a pursuit differential game with integral constraints in R^n	75
Д.Д. АХМЕДОВА Динамические системы симплекса квадратичных гомеоморфизмов.....	83

Ф.А. ЮСУПОВ, Д.Д. АХМЕДОВА

Инвариантность некоторых стохастических квадратичных операторов неволтерного типа в двухмерном симплексе.....	87
--	----

Информатика

Р.К. АЗИМОВ, Б.Р. АЗИМОВ

Машинали ўқитишда регрессия усуллари.....	90
---	----

М.К.МАХКАМОВ, Х.А.МАМАДАЛИЕВ, Ш.Ш.ХОЖИКУЛОВ

Метод Фурье для исследования распространения волны уплотнения в трубопроводах установленном демпфером.....	96
---	----

Ғ.О. ТАЖИБАЕВ, М.М. МИРЗАЕВА, Ш.О. ТЎРАХОНОВА.

Юпқа пластина эгилиши масаласини интегралли усулда ечишда чегаравий шартларга боғлиқ бўлган махсусликни эътиборга олиш.....	104
--	-----

Персоналии

Академиг М.Мусахонов 80 ёшда.....	111
<i>Правила оформления статьи.....</i>	113

Юпқа пластина эгилиши масаласини интегралли усулда ечишда чегаравий шартларга боғлиқ бўлган махсусликни эътиборга олиш.

Ғ.О. Тажибаев, М.М. Мирзаева, Ш.О. Тўрахонова.

Андижон давлат университети, 170100 Андижан, Ўзбекистан

2023 йил 3-майда юборилган. 2023 йил 28-майда чоп этиш учун қабул қилинган.

Аннотация. Ушбу мақолада интегралли усул, қалинлиги ўзгармас юпқа изотроп пластина учун қўйилган чегаравий масалани ечишда қўлланилган. Чегаравий шартлар туфайли ҳосил бўладиган махсусликни акс эттирадиган ечимни олиш усули кўрсатилган. Сонли ечимни олишда регуляризация усулидан фойдаланилган. различных преобразователей энергии на их основе имеют высокую научную и практическую значимость.

Калит сўзлар. Чекли элементлар, дифференциал тенглама, чегаравий интеграл тенглама, юпқа изотроп пластина, Пуассон коэффициенти, эластиклик модули, параметр.

Аннотация. . В данной работе интегральным методом решается краевая задача для тонкой изотропной пластины постоянной толщины. Показан способ получения решения, отражающий специфику, возникающую из-за граничных условий. Для получения численного решения использовался метод регуляризации.

Ключевые слова. Конечные элементы, дифференциальное уравнение, граничное интегральное Конечные элементы, дифференциальное уравнение, граничное интегральное

Annotation. In this paper, the integral method solves a boundary value problem for a thin isotropic plate of constant thickness. A method for obtaining a solution is shown, reflecting the specifics arising from the boundary conditions. The regularization method was used to obtain a numerical solution.

Keywords. Finite Elements, Differential Equation, Boundary Integral Finite Elements, Differential Equation, Boundary Integral

Кириш. Бино ва иншоотларни қуришда энг макбул ўлчамларни танлаш орқали қурилиш конструкцияларининг хавфсизлигини, ишончлилигини ва чидамлилигини таъминлаш масалалари кўрилади. Бундай масалалардан бири ташқи юк таъсиридан конструкция элементларида ҳосил бўладиган зўриқишларни, юк кўтариш қобилятини аниқлаш масаласидир. Ҳозирда қурилиш конструкцияларини ҳисоблаш ва лойиҳалашни амалга оширадиган ва натижаларини визуаллаштириб берувчи кўплаб дастурлар мавжуд. Қурилиш конструкцияларининг кучланган-деформацияланган ҳолатини баҳолашда, реал геометрик ўлчамларига мос ва физик-механик хусусиятларини тўлалигича изохлаш имкониятларини яратувчи, чекли элементлар усулига асосланган турли хил дастурий тизимлар кенг қўлланилади. Уларга мисол сифатида Ansys, Scad, Лира-СОФТ, AutoDesk Robot Structural Analysis Professional, MOHOMAX, APM Civil Engineering, ПК STARK ES, RFEM 6 каби қурилиш конструкцияларини лойиҳалашни амалга оширадиган дастурларини келтириш мумкин. Булардан ANSYS – дунё

бўйича кенг тарқалган кўп функцияли чекли элементларга асосланган ҳисоблаш тизими ҳисобланади [1]. Ушбу дастур Американинг ANSYS компанияси томонидан ишлаб чиқилган.

Чекли элементлар усули дифференциал тенгламаларни ечишнинг сонли усулидир, унда кўриляётган соҳа тўлалигича кўп сонли содда элементларга ажратилади ва ҳар бир элементда тугун нуқталар танланиб шу нуқталар бўйича сонли ечимни аниқлаш алгоритми тузилади. Бу жуда катта ҳажмдаги ҳисоблашларни бажаришни талаб этади. Бироқ усулнинг алгоритми дастурлаш учун қулай бўлгани учун барча ҳисоблашлар компьютер зиммасига юклатилиши мумкин. Шунинг учун ҳисоблаш ишлари қанчалик кўп бўлишига қарамай чекли элементлар усули жуда кенг тадбиқ этилмоқда. Бу усулдан ташқари вариация усули, тўрлар усули, чегаравий интеграл тенгламалар усули ҳам мавжуд [2]. Чегаравий интеграл тенгламалар усули сонли-аналитик усул ҳисобланади, бу усулда дифференциал тенглама ечими интеграллар орқали аналитик кўринишда олинади, бироқ чегаравий шартларни қаноатлантириш учун интеграллар сонли

интеграллаш билан алмаштирилади [3,4]. Чекли элементлар усулидан фарқли равишда бутун қўрилатган соҳа эмас, фақат соҳа чегараси қисмларга ажратилади. Шу сабабли ҳисоблашлар ҳажми интегралли тенглама усулларда нисбатан камроқ бўлади.

Ушбу мақолада чегаравий интеграл тенгламалар усулидан бири қалинлиги ўзгармас юпқа изотроп пластина учун қўйилган чегаравий масалани ечиш учун қўрилади.

Масаланинг қўйилиши. Маълумки, баландлиги бошқа ўлчамларига қараганида анчагина кичкина бўлган призма ёки цилиндр шаклидаги жисм пластина(плита) дейилади. Пластина ўрта текислиги деганда қалинлигини тенг иккига ажратувчи юза тушинилади. Пластиналарнинг кучланган-деформацияланган ҳолатини ўрганишда уни 3 турга ажратилади: эгиловчан пластина, юпқа пластина, қалин пластина. Буларни ўрганишда ҳар бирининг ҳолат тенгламалари турлича қўринишда олинади.

Биз юпқа пластиналарни кўрамыз. Бунда ўрта текислиги юзасига тик йўналишда қўйилган кучда деформацияланиш ҳолатини ўрганамиз. Қалинлиги h ни бошқа ўлчамми a га нисбати $0,012 \leq \frac{h}{a} \leq 0,2$ ораликда ва эгилишининг юқори чегараси $w=0,2h$ бўлган пластина юпқа пластина ҳисобланади [7]. Бошқа ҳоллар эгиловчан ва қалин пластиналарда қўрилади. Юпқа пластиналарнинг эгилиши масаласи битта вертикалда ётувчи нукталар бир хил эгилиш олади деган гипотеза билан ўрганилади. Бундан пластина эгилишини ўрганишда фақат ўрта текислигининг эгилишини қўриш етарли экани келиб чиқади. Юпқа пластина ўрта текислигининг эгилиши куйидаги Софи Жермен тенгламаси билан ифодаланади[2,5]:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} = \frac{\rho}{D} \quad (1)$$

$$D = Eh^2/12(1 - \nu^2),$$

Бу ерда $w = w(x) = w(x_1, x_2)$ – пластина эгилиши, ρ – ташқи тик қўйилган юклама интенсивлиги, D – пластина эгилиш биқирлиги, E – пластина нормал эластиклик модули, ν – унинг Пуассон коэффициенти, h – пластина қалинлиги, G - пластина эгаллаган соҳа.

Юпқа пластиналарнинг эгилиши масаласида (1) – тенглама пластина эгаллаган соҳа чегараси Γ ни маҳкамлаш шарти билан бирга берилади. Чегаравий шартлар пластина четлари қандай маҳкамланганлигига қараб асосан куйидаги қўринишларда берилади [6]:

қисиб маҳкамланган:

$$w(x_1, x_2) = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial n_x} = 0$$

эркин ўрнатилган:

$$w(x_1, x_2) = 0, \\ M_{n_x}(x_1, x_2) = 0$$

эркин (маҳкамланмаган):

$$M_{n_x}(x_1, x_2) = 0, \\ Q_{n_x}^*(x_1, x_2) = 0$$

Бу ерда $\frac{\partial w}{\partial n_x}$ – чегаравий чизик нормали бўйича ҳосила, $M_{n_x}(x_1, x_2)$ – эгувчи момент, $Q_{n_x}^*(x_1, x_2)$ – келтирилган кўндаланг куч.

Ечиш усули. Манбалар усулига кўра (1) тенгламанинг ечими куйидаги интегралли қўринишда олинади[3]:

$$w(x) = w_0(x) + \int W_1(x, y)q(y) + W_2(x, y)m(y)]dl_y \quad (2)$$

Бу ерда $\Gamma' \in R^2 \setminus G$ – пластина эгаллаган соҳадан ташқарида Γ чегарасига ўхшаш чизик,

$$w_0(x_1, x_2) = \frac{\rho r^4}{64D\pi} - \text{хусусий ечим, } r =$$

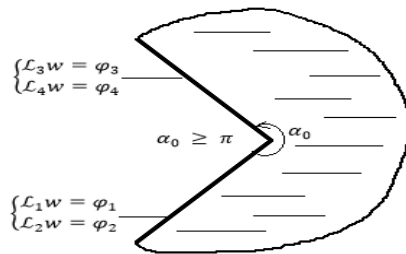
$$\sqrt{x_1^2 + x_2^2} - \Gamma \text{ чегара радиус вектори узунлиги,}$$

$$W_1(x, y) = \frac{1}{16\pi D} \bar{r}^2 \ln \bar{r}^2, \quad W_2(x, y) = -\frac{\partial W_1(x, y)}{\partial n_y} - \text{фундаментал ечимлар,}$$

$$\bar{r} = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2} - \Gamma \text{ ва } \Gamma' \text{ чизиклар нукталари орасидаги масофа, } x = (x_1, x_2) \in \Gamma, \quad y = (y_1, y_2) \in \Gamma'$$

$q(y)$ ва $m(y)$ лар ихтиёрий функциялар.

(2) қўринишдаги ифода (1) тенгламани ихтиёрий ташқи таъсир ва ихтиёрий биқирликдаги пластина учун айнан қаноатлантиради. Бизга фақат (1) тенгламани ўзинигина ечимини билиш етарли эмас, бизга пластина четларига қўйилган шартларни ҳам қаноатлантириши зарур. Ечимни (2) қўринишда танлаш ҳар қандай чегаравий шартлар учун мос келавермайди, чунки чегара маҳкамланишига қараб турли махсусликларга эга бўлиши мумкин. (2) ифода эса ҳеч қандай махсусликка эга эмас. Бундай камчиликни (2) ифодага чегара нукталардаги махсусликларга мос келадиган яна бир ифодани қўйиш орқали ҳал этиш мумкин. Бунинг учун бирор 180° ва ундан катта бўлган бурчакка эга клин шаклидаги пластина (1-расм) учун шу бурчагига қўйилган жамланган куч таъсиридаги сингуляр ечимидан фойдаланиш мумкин [6,7]:



1-расм. Клин шаклидаги пластина.

$$W_c(x) = \bar{r}^k f(k, \theta_0) \quad (3)$$

Бу ерда $\bar{r}^k = \sqrt{(x_1 - o_1)^2 + (x_2 - o_2)^2}$ $\theta_0 = \arctg \frac{x_2 - o_2}{x_1 - o_1}$

$$f(k, \theta_0) = A_0 \cos(k\theta_0) + B_0 \sin(k\theta_0) + C_0 \cos(k - 2)\theta_0 + D_0 \sin(k - 2)\theta_0,$$

k – параметр, A_0, B_0, C_0, D_0 – ихтиёрий константалар, o_1, o_2 – бурчак координатаси.

(3) ифодани тўғридан – тўғри (2) ифодага қўшиб қўя олмаймиз, олдин

$\bar{r}^k$ – параметр ва A_0, B_0, C_0, D_0 – константалар қийматини аниқлаш керак. Уларни бурчак томонларига қўйилган чегаравий шартлардан аниқлаймиз:

$$1\text{-томонда: } L_1[\bar{r}^k f(k, o)] = \varphi_1,$$

$$L_2[\bar{r}^k f(k, o)] = \varphi_2$$

$$2\text{-томондан } L_3[\bar{r}^k f(k, \alpha_0)] = \varphi_3,$$

$$L_4[\bar{r}^k f(k, \alpha_0)] = \varphi_4 \quad (4)$$

$L_i, i = 1, 4$ махсус нукта ётган томонлардаги чегаравий шартлар

$\varphi_i, i = 1, 4$ – чегарада берилган функциялар

Агар чегарада берилган функциялар $\varphi_i = 0, i = 1, 4$ бўлса (4) тенгламалар системаси нулдан фарқли ечимга ега бўлиши учун система детерминанти нолга тенг бўлиши керак. Бундан k га нисбатан трансцендент тенглама ҳосил бўлади [8], унинг ечими умумий ҳолда комплекс сон ва у ягона эмас: $k = k_n, n = 1, 2, \dots, N$. A_0, B_0, C_0, D_0 – константалар (4) тенгламалар тизимидан k_i ларга боғлиқ равишда аниқланади, демак улар ҳам ягона тарзда аниқланмайди. Натижада (1) тенглама учун қуйидаги кўринишда ечим ҳосил қиламиз:

$$W_c(x) = \sum_{l=1}^N c_l \bar{r}^{k_l} f(k_l, \theta_0) \quad (5)$$

Параметр k_i комплекс сон бўлгани учун (5) ечим ҳам комплекс бўлади. Комплекс қийматли кўчиш амалий аҳамиятга эга эмас. Биз (5) ечимни махсуслигини сақлаган ҳолда комплекслигидан холи кўринишини ҳосил қилишимиз зарур. Бунинг учун $W_c^l(x) = \bar{r}^{k_l} f(k_l, \theta_0)$ ни ҳақиқий ва мавҳум қисмларини ажратамиз:

$$W_c^l = \text{Re}[W_c^l] + i \text{Im}[W_c^l]$$

Маълумки, $\Delta W_c^l = 0$, шунга кўра $\Delta(\text{Re}[W_c^l] + i \text{Im}[W_c^l]) = 0$ ёки $\Delta(\text{Re}[W_c^l] + i \Delta \text{Im}[W_c^l]) = 0$ бу ердан $\Delta \text{Re}[W_c^l] = 0, \Delta \text{Im}[W_c^l] = 0$.

Демак $\text{Re}[W_c^l], \text{Im}[W_c^l]$ ҳам (1) тенгламанинг ечимлари бўлади. Уларнинг чизикли комбинацияси W_c^l каби махсусликка эга, шунинг учун комплекс функция W_c^l ўрнига ҳақиқий қийматли қуйидаги функциядан фойдаланиш мумкин:

$$\overline{W_c^l} = c_l \text{Re}[W_c^l] + c_{N+l} \text{Im}[W_c^l]$$

Бу ерда $c_l, -$ ихтиёрий константалар.

Демак,

$$\overline{W_c} = \sum_{l=1}^N [c_l \text{Re}[W_c^l] + c_{N+l} \text{Im}[W_c^l]]$$

Шундай қилиб, ихтиёрий шаклдаги пластина эгилиши масаласида (1) тенглама ечими сифатида қуйидаги ифодани олиш чегара нукталарда махкамланиш кўринишига боғлиқ бўлган махсусликни ҳам ҳисобга олиб ечимни аниқлаш имконини беради

$$w(x) = w_0 + \overline{w}(x) + l_0 \overline{W_c}(x) \quad (6)$$

Бу ерда l_0 – махсуслик учун параметр, унинг қийматлари $l_0 = 0$ ва $l_0 = 1$. Агар махсусликни эътиборга олиш зарур бўлмаса $l_0 = 0$, зарур бўлса $l_0 = 1$.

Пластина эгилиши масаласида (6) ифода $q(y), m(y)$ ихтиёрий функциялар ва c_i – ихтиёрий константалар билан бирга олинган ҳолда (1) тенгламани айнан қаноатлантиради, лекин чегарада берилган шартларни қаноатлантирмайди, демак (6) ифодани ҳозирча қўйилган масаланинг ечими дея олмаймиз. У ихтиёрий параметрларни ўз ичига олган аналитик кўринишдаги ифода. Шу ихтиёрий параметрлар чегаравий шартларни қаноатлантириш учун фойдаланилади. Уларни шундай танлаш керакки (6) ифода Γ чегарада талаб этилган шартларни қаноатлантирсин. Бунинг учун (6) ифодани чегаравий шартларга қўямиз ва қуйидаги кўринишдаги интеграл тенгламани ҳосил қиламиз:

$$u(x) = \sum_{l=1}^{2N} c_l v_l(x) + \int_{\Gamma} K(x, y) z(y) dl_y \quad (7)$$

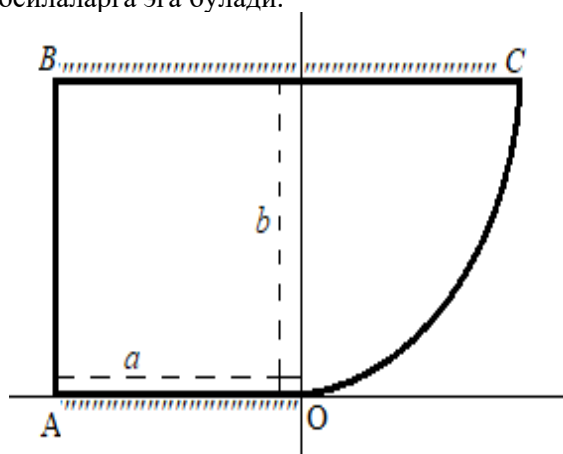
Бу ерда c_l – ихтиёрий константалар, $v_l(x) = (L_1 W_c^l(x), L_2 W_c^l(x))^T$, T – транспонирлаш белгиси, $K(x, y)$ – матрица, унинг элементлари: $K_{ij}(x, y) = L_i W_j, i = 1, 2, j = 1, 2, z(y)$ – компоненталари q, m бўлган номаълум вектор, $u_i(x) = -L_i[w_0(x)], i = 1, 2, L_1$ ва L_2 – чегаравий шарт операторлари.

(7) интеграл тенгламалар системасидан q, m – функциялар, c_i – номаълум сонларни топиб

(6) ифодада кўйсак юпқа пластина эгилиши масаласининг аналитик ечимини оламиз. Бирок (7) системани ечимини аниқлаш жуда мураккаб, шунинг уни сонли ечимини аниқлаш ва ундан фойдаланиш билан чегараланамиз.

Амалий тадбиқи. OA ва BC томонлари қистириб махкамланган AB ва OC томони эркин бўлган юпқа пластина эгилиши масаласини кўрамиз.

OA томон билан OC эгри чизикли томонига O нуқтага ўтказилган уринма чизик орасидаги бурчак $\alpha_0 = \pi$ ҳамда икки томон турлича махкамланган, демак O нуқта махсус нуқта. O нуқтага чапдан ва ўнгдан яқинлашганда кўчиш $w(x)$ бир биридан кескин фарқ қиладиган хосилаларга эга бўлади.



2-расм. O нуқтада махсусликка эга пластина.

Бундай махсуслик (2) ифодада мавжуд эмас, шунинг учун бундай ҳолда $l_0 = 1$ бўлганда (6) ифодадан фойдаланган мақсадга мувофиқ. Бунинг учун $\bar{W}_c(x)$ га кирадиган k, A_0, B_0, C_0, D_0 нозмалумларни аниқлаш керак. OA ва OC томонлардаги чегаравий шартларга кўра

$$\begin{aligned} \bar{r}^k f_\theta(k, 0) &= 0 \\ \bar{r}^k f'_\theta(k, 0) &= 0 \\ M_\theta(\bar{r}, \alpha_0) &= 0 \\ Q_\theta^*(\bar{r}, \alpha_0) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Бу система куйидаги ифодалар орқали ҳосил қилинади:

$$\begin{aligned} f(k, \theta_0) &= A_0 \cos(k\theta_0) + B_0 \sin(k\theta_0) \\ &\quad + C_0 \cos(k-2)\theta_0 \\ &\quad + D_0 \sin(k-2)\theta_0, \\ f'(k, \theta_0) &= -kA_0 \sin(k\theta_0) + kB_0 \cos(k\theta_0) \\ &\quad - C_0(k-2) \sin(k-2)\theta_0 \\ &\quad + D_0(k-2) \cos(k-2)\theta_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_\theta(\bar{r}, \theta_0) &= (k-1)\bar{r}^{k-2} [A_0 k(\nu-1) \cos(k\theta_0) \\ &\quad + B_0 k(\nu-1) \sin(k\theta_0) \\ &\quad + C_0(k(\nu-1) + 4) \cos(k-2)\theta_0 \\ &\quad + D_0(k(\nu-1) + 4) \sin(k-2)\theta_0], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_\theta^*(\bar{r}, \theta_0) &= (k-1)\bar{r}^{k-2} [-A_0 k(\nu-1) \sin(k\theta_0) \\ &\quad + B_0 k(\nu-1) \cos(k\theta_0) \\ &\quad + C_0(k(1-\nu) + 4) \sin(k-2)\theta_0 \\ &\quad + D_0((k-2)(1-\nu) + 4) \cos(k-2)\theta_0, \end{aligned}$$

(8) система A_0, B_0, C_0, D_0 ларга нисбатан бир жинсли алгебраик тенглама. Уни ечиб куйидагини оламиз:

$$\begin{aligned} A_0 &= -C_0, B_0 = -D_0 \frac{k-2}{k}, \\ C_0 &= D_0 \frac{(4+(k-2))(1-\nu) \sin k\alpha_0 - k(1-\nu) \sin(k-2)\alpha_0}{(4+k(1-\nu)) \cos k\alpha_0 + k(1-\nu) \cos(k-2)\alpha_0} \end{aligned} \quad (9)$$

Бир жинсли алгебраик тенгламалар системаси нолдан фарқли ечимга эга бўлиши учун унинг детерминанти нол бўлиши зарурлиги шартдан k параметрга нисбатан трансцендент тенглама ҳосил қиламиз:

$$\cos t = \frac{1-\nu}{2(3+\nu)} \sin^2 \alpha_0 \frac{t^2}{\alpha_0^2} - \frac{5+2\nu+\nu^2}{(1-\nu)(3+\nu)} \quad (10)$$

$$t = 2\alpha_0(k-1) \quad \alpha_0 = \pi \text{ бўлгани учун}$$

$$\cos t = -\frac{5+2\nu+\nu^2}{(1-\nu)(3+\nu)} \quad (11)$$

$$b = \frac{5+2\nu+\nu^2}{(1-\nu)(3+\nu)} \text{ белгилаш киритамиз.}$$

$$\nu \geq 0 \text{ бўлганда } b > 1, \text{ чунки } \frac{5+2\nu+\nu^2}{(1-\nu)(3+\nu)} < 1$$

бундан $(\nu+1)^2 < 0$, бу эса мумкин эмас.

Демак (11) тенглама ечими комплекс:

$$t = \pi n \pm i \operatorname{arcch}(-b), n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

(10) дан

$$k_n = 1 + \frac{n}{2} \pm i \frac{\operatorname{arcch}(-b)}{2\pi}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$W_c^{k_n}(x) = \bar{r}^{k_n} f(k_n, \theta_0)$ ечимдаги фақат $n = \pm 1$ бўлгани қизиқтиради. Чунки $n = -2, -3, \dots$ бўлганда $w(x)$ нинг O нуқтадаги қиймати чексиз бўлиб қолади, бундай бўлиши мумкин эмас, $n = 0, 2, 3, \dots$ қийматларда махсуслик мавжуд эмас.

Шундай қилиб биз O нуқтада талаб этилган махсусликка эга бўлган куйидаги комплекс ифодага эга бўламиз:

$$W_c(x) = \sum_{l=1}^4 \bar{c}_l W_c^{k_l} \quad (12)$$

$\bar{c}_l$ — ихтиёрий сон.

$$n = -1 \text{ да: } k_{1,2} = \frac{1}{2} \pm i \frac{\operatorname{arcch}(-b)}{2\pi},$$

$$n = 1 \text{ да: } k_{3,4} = \frac{3}{2} \pm i \frac{\operatorname{arcch}(-b)}{2\pi} \quad (13)$$

Бу ифода (1) тенгламанинг бир жинсли қисимнинг ечимидир, унинг ҳақиқий ва мавҳум қисмлари ҳам шу тенглама ечимлари бўлади, бундан ҳақиқий қийматли ва (12) ифода каби махсусликка эга бўлган функция оламиз:

$$\bar{W}_c(x) = \sum_{l=1}^4 [c_l \operatorname{Re}[W_c^l] + c_{l+4} \operatorname{Im}[W_c^{k_l}]]$$

$$\bar{W}_c(x) = \sum_{i=1}^{\text{ёки}} c_i \bar{W}_c^l(x)$$

$$\begin{aligned} \text{Бу ерда } \bar{W}_c^l &= \operatorname{Re}[W_c^{k_l}], \\ \bar{W}_c^{4+l} &= \operatorname{Im}[W_c^{k_l}], \quad i = 1, 4 \end{aligned}$$

$c_i, l = 1, 8$ – ихтиёрий константалар. Шундай қилиб, кўрилатган масала ечимини куйидаги кўринишда қидирамиз:

$$w(x) = w_0(x) + \bar{w}(x) + \sum_{l=1}^8 c_l \bar{W}_c^l(x) \quad (14)$$

Олинган натижалар таҳлили.

Юкорида тақидландики, (14) кўринишдаги ифода таркибида $q(y), m(y)$ – ихтиёрий функциялар ва c_i – ихтиёрий константалар мавжуд, уларни қўйилган масала чегаравий шартларидан аниқлаймиз. Бунда (7) кўринишдаги интеграл тенгламалар тизимини ечиш зарур бўлади. Интеграл тенгламалар тизимини сонли усуллар орқали чизиқли тенгламалар тизимига келтирамыз:

$$\sum_{l=1}^8 c_l v_l(x_i) + h_y \sum_{j=1}^{n_2} K(x_i, y_j) z(y_j) = u(x_i), \quad i = 1, n_1 \quad (15)$$

Ёки оператор кўринишда:

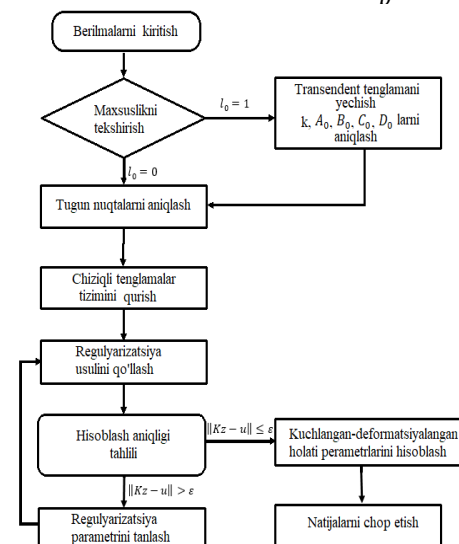
$$Kz = u$$

Бу ерда n_1 – пластина эгаллаган соҳа чегараси Γ да олинган тугун нуқталар сони, n_2 – Γ чегарасига ўхшаш чизиқ Γ' да олинган тугун нуқталар сони.

Аниқ интегрални сонли усул билан ҳисоблашда тугун нуқталар сони қанча кўп бўлса шунча аниқлик юқори бўлади, лекин тенгламалар тизими детерминати шунча нолга яқинлашади. Шунинг учун тизимни ечимини олишда регуляризация усулидан фойдаланамиз[9,10].

Барча ҳисоблашлар 3-расмда келтирилган алгоритм бўйича компьютер дастурлари орқали бажарилади. 1-жадвалда қўйилган масалани икки хил: махсусликни эътиборга олган ва олмаган режимларда олинган натижалари келтирилган. Натижалар куйидаги берилмалар билан олинган:

ташқи куч: $\rho = 20 \text{ Н/м}^2$,
пластина қалинлиги: $h = 0,1 \text{ м}$,
томонлар нисбати (2-расм) $\frac{a}{b} = 1$.



3-расм. Ҳисоблаш усули алгоритми.

1-жадвал

ҚДХ параметрлари	Махсуслик эътиборга олинмаган		Махсуслик эътиборга олинган	
	(-0,0) чап томонда	(+0,0) ўнг томонда	(-0,0) чап томонда	(+0,0) ўнг томонда
w	$3,92 \cdot 10^{-15}$	$3,92 \cdot 10^{-15}$	$2,37 \cdot 10^{-8}$	$2,52 \cdot 10^{-8}$
$\frac{\partial w}{\partial x_1}$	$-5,02 \cdot 10^{-12}$	$-5,02 \cdot 10^{-12}$	$8,95 \cdot 10^{-7}$	$-1,07 \cdot 10^{-7}$
$\frac{\partial w}{\partial x_2}$	$-5,08 \cdot 10^{-13}$	$-5,08 \cdot 10^{-13}$	$8,95 \cdot 10^{-7}$	$1,55 \cdot 10^{-7}$
M_{x_1}	-5,43	-5,43	$8,87 \cdot 10^6$	4,08
M_{x_2}	$3,25 \cdot 10^{-6}$	$3,16 \cdot 10^{-6}$	$-8,8 \cdot 10^6$	$2,02 \cdot 10^{-3}$
Q_{x_1}	$-9,27 \cdot 10^1$	$-9,27 \cdot 10^1$	$-9,35 \cdot 10^2$	$5,8 \cdot 10^1$
Q_{x_2}	-3,03	-3,03	$9,25 \cdot 10^8$	-3,94
$\sigma_{x_1 x_2}$	$-2,26 \cdot 10^3$	$-2,26 \cdot 10^3$	$-5,32 \cdot 10^9$	$2,45 \cdot 10^3$
$\sigma_{x_2 x_1}$	$1,35 \cdot 10^{-3}$	$1,31 \cdot 10^{-3}$	$-5,32 \cdot 10^9$	1,21
$\tau_{x_1 x_2}$	3,25	3,25	$-3,1 \cdot 10^3$	-2,31

2-расмда кўрсатилган пластина чегаравий шартлари бўйича олинган натижалар.

1-жадвалга эътибор бериб қарасак, (0,0) нуқтага ўнг ва чап томондан яқинлашсак, кучланган-деформацияланган ҳолат параметрлари қиймати 2- ва 3-устунларда бири-бирдан деярли фарқ қилмайди. Бу (0,0) нуқтада ҳеч қандай махсуслик йўқ деб берилган натижа.

4- ва 5- устунларда эса бир- биридан кескин фарқ қилади, $(0,0)$ нуктада кучланган-деформацияланган ҳолат параметрлари қийматида сакрашлар кўриниб турибди. Айнан шулар 2-расмда да кўрсатилган масала учун ҳақиқатга мос келадиган хусусиятдир, чунки чегаравий шартлар $(0,0)$ нинг чап ва ўнг томонида турличадир. Бу эса шу нуктада махсусликни келтириб чиқаради.

Хулоса.

Юқорида олинган натижалар бўйича шуни хулоса қилиш мумкинки, пластиналар эгилиши масаласини интегралли усулда ечишда фундаментал ечимлар билан бирга чегаравий шартлар туфайли ҳосил бўладиган махсусликни эътиборга олиш учун жамланган куч орқали олинган сингуляр ечимдан ҳам фойдаланиш мақсадга мувофиқ бўлар экан.

Адабиётлар

1. Ю. В. Скворцов, С. В. Глушков. Использование МКЭ-пакета ANSYS для решения задач механики деформируемого твёрдого тела. – Самара, 2011.
2. Огибалов П.М., Колтунов М.А. Оболочки и пластины. М.: изд. МГУ, 1969, - 695 с.
3. M.Mirzaeva, A Yusupov, G. Tojiboyev, S. Uzoqov. A universal method for solving the problem of bending of plates of any shape. - 2022 IEEE International IOT, Electronics and Mechatronics Conference (IEMTRONICS). 1st-4th June, 2022 at Toronto, Canada
4. M.M.Mirzaeva, G.O.Tajibaev, N.N. Abdurazakov, L.Turgunova. Solution Reduction of a Dynamic Plates Bending Problem to the Sequential Solution of the First Kind Fredholm Integral Equations. - Journal of The Institution of Engineers (India): Series C, 15 January 2023.
5. Монахов В.А. Теория пластин и оболочек. – Пенза: ПГУАС, 2016. – 252 с
6. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки. – М.: «Наука», 1966. – 635 с.
7. Партон В.З., Перлин П.И. Методы математического теории упругости. -М.: «Наука», 1981. – 688 с
8. Венцель Э.С., Проценко В.С., Граченко О.А. О трансцендентных уравнениях, встречающихся в задачах изгиба тонких пластинок с угловыми точками. – В сб. «Научно-методические материалы по прикладным методам расчета элементов авиационных конструкций». Харьков: изд. ХВВАИУ, 1985. С. 10-15.

9. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: «Наука», 1986. – 287 с
10. Венцель Э.С., Кобылинский В.Г., Левин А.Н. Применение метода регуляризации для численного решения задачи изгиба тонких упругих пластинок. – Ж.вычисл.матем. и матем.физ., №2, 1984. – С 323-328.

Considering the specificity depending on boundary conditions in the integral method of solving the problem of thin plate bending.

M.M. Mirzaeva, G.O. Tajibaev, M.K. Mahkamov, Sh.O. Torakhonova

Andijan State University, 170100 Andijan, Uzbekistan

Abstract. Problems of ensuring the durability of building structures lead to the solution of differential equations of various forms. Differential equations differ depending on the form of construction and the type of confinement. The shape of the elements used in the construction of buildings and structures, in various industrial production, is frequently updated. Each new form is a new problem. Determination of correct application of parameters depends on the accuracy of the solution of this problem. Currently, there are many computer programs that perform calculation and design of building structures and visualize the results. But it cannot be said that they will solve any problem with high accuracy, there is still a lot of work to be done in creating such software tools. This work is one of the studies in this field.

In this paper, a method for universal solution of linear boundary value problems for a thin isotropic plate with constant thickness of arbitrary shape is given. It shows the use of an expression that reflects the peculiarities of boundary conditions in the method of sources used in solving integral equations.

In the source method [3], the stress-deformation state of the plate is represented by fundamental solutions. Fundamental solutions in this method are smooth functions in the area occupied by the plate, they have no special features in this area. The parameters of the stress-deformation state on the right and left sides of the boundary point, where the type of fastening has changed, can be drastically different from each other. If this condition is not taken into account, the accuracy of the solution of the given problem will be low. In the method of sources, it is possible to achieve an increase in accuracy if, together with the fundamental solutions, the expression representing

the boundary singularity is also considered. This gives us a universal method for the plate bending problem of arbitrary shape and with arbitrary boundary conditions.

The article shows the expression of the required particularity using a singular solution under the action of a concentrated force placed on a corner point of a wedge-shaped plate. In the process of deriving the necessary expression, a transcendental equation is generated, the solution of which is a complex number in general and it is not unique. In the required expression, we can get a linear combination of functions generated by them. Since the plate bending problem is given by a linear differential equation, both the real and abstract parts of the complex expression are solutions for the homogeneous part. At the same time, it will have the special feature of being a singular solution under the influence of a concentrated force. We use this linear combination of real and abstract partitioned functions to represent specificity.

Thus, we can obtain the general solution of the stress-deformation state differential equation in the case of plate bending, consisting of three parts: a specific solution, a fundamental solution, and a solution related to a particularity. The fundamental solution, and the solution to the particularity contain unknown functions and unknown numbers, which are determined from the boundary conditions in the problem. A system of integral equations is derived from the condition that the solution satisfies the boundary conditions. Numerical methods are used to solve it.

Fig. 2 shows a practical application of this method which was seen as the bending of a thin plate. In this case, the sides OA and VS are clamped, and the side AV and OS are free. The results obtained in two modes of the given problem: the specificity was taken into account, and the specificity was not taken into account are presented. The value of the parameters of the stress-strain state on the right and left side of the point (0,0) does not differ from each other. In the mode that takes into account the specificity, there are jumps in the value of the stress-strain state parameters to the right and left of the point (0,0). These are the properties that hold true for the problem shown in Figure 2. Therefore, it is appropriate to use a special solution along with fundamental solutions in solving the problem of plate bending in an integral way.

Keywords. Finite Elements, Differential Equation, Boundary Integral Finite Elements, Differential Equation, Boundary Integral

References:

1. Yu. V. Skvortsov, S. V. Glushkov. Using the FEM package ANSYS for solving problems of mechanics of a deformable solid body. – Samara, 2011.
 2. Ogibalov P.M., Koltunov M.A. Shells and plates. M.: Moscow State University, 1969, - 695 p.
 3. M. Mirzayeva, A. Yusupov, G. Tojiboev, S. Uzoqov. A universal method for solving the problem of bending of plates of any shape. - 2022 IEEE International IOT, Electronics and Mechatronics Conference (IEMTRONICS). 1st- 4th June, 2022 at Toronto, Canada
 4. M.M.Mirzaeva, G.O.Tajibaev, N.N. Abdurazakov, L.Turgunova. Solution Reduction of a Dynamic Plates Bending Problem to the Sequential Solution of the First Kind Fredholm Integral Equations. - Journal of The Institution of Engineers (India): Series C, 15 January 2023.
 5. Monakhov V.A. Theory of plates and shells. - Penza: PGUAS, 2016. - 252 p.
 6. Timoshenko S.P., Voinovsky-Krieger S. Plates and shells. - M.: "Nauka", 1966. – 635 p.
 7. Parton V.Z., Perlin P.I. Methods of mathematical theory of elasticity. -M.: "Nauka", 1981. - 688 p.
 8. Venzel E.S., Protsenko V.S., Grachenko O.A. On transcendental equations encountered in problems of bending thin plates with corner points. - On Sat. "Scientific and methodological materials on applied methods for calculating elements of aircraft structures." Kharkov: ed. KhVVAIU, 1985. S. 10-15.
 9. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. Methods for solving ill-posed problems. - M.: "Nauka", 1986. - 287 p.
 10. Venzel E.S., Kobylinskiy V.G., Levin A.N. Application of the regularization method for the numerical solution of the problem of bending of thin elastic plates. – Zh.computing.math. and Mathematical Physics, No. 2, 1984. - From 323-328.
- Mualliflar haqida ma'lumot:**
Tajibayev G'ayrat Oribjanovich - fizika-matematika fanlari nomzodi. Andijon davlat universiteti Kompyuter injiniringi kafedrasida katta o'qituvchisi. E-mail: tajibayev@gmail.com.
Mirzayeva Manzura Maxmudovna - matematika fanlari nomzodi, Andijon davlat universiteti Kompyuter injiniringi kafedrasida katta o'qituvchisi. E-mail: mirzayeva_m@mail.ru.
Mahkamov Madaminjon Komilovich - texnika fanlari nomzodi. Andijon davlat universiteti Axborot texnologiyalari kafedrasida dotsenti. E-mail: makxamov m@gmail.com.
To'raxonova Sh.O. - Andijon davlat universiteti, Kompyuter ilmlari va dasturlash texnologiyalari mutaxassisligi, 2-bosqix magistranti.