

ЗАХИРИДДИН
МУҲАММАД БОБУР
НОМИДАГИ АНДИЖОН
ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ANDIJAN STATE
UNIVERSITY NAMED
AFTER ZAKHIRIDDIN
MUKHAMMAD BABUR

ИЛМИЙ ХАБАРНОМА
Физика-математика
тадқиқотлари

SCIENTIFIC BULLETIN
Physical and
Mathematical Research

2023/№2(5)

ОГЛАВЛЕНИЕ

Физика

E.Z. IMAMOV, R.A. MUMINOV, M.A. ASKAROV, A.E. IMAMOV, X.N. KARIMOV. Properties of lead chalcogenide nanocrystals in nanoheterojunctions <Si:PbX>.....	5
A.P. ТУРАЕВ, К.Т.НОРМУРАТОВ, И.М.СОЛИЕВ Влияние всесторонних гидростатических давлений на свойства Si<Ni>.....	10
Ш.Х. ЙУЛЧИЕВ, Б.ГУЛОМОВ, Н. ЮНУСАЛИЕВ Алюминий атомлари киритилган ZnO пленкаларининг оптик ва электрофизик хоссалари.....	15
H.J. MANSUROV. X.A. MAXMUDOV, M. PACULOBA ZnO пленкасининг оптик хоссалари.....	19
O.O. OLIMOV, I.I. ANARBOYEV Granulalangan Si asosida olingan poli-Si ning mikrotuzilmasi va elektrofizik xossalari.....	22
A.A. АБДУМАЛИКОВ О РАСПАДЕ ^{166}Tu	26

Техника

P.A. МУМИНОВ, М.Н. ТУРСУНОВ, Х. САБИРОВ, Т.З. АХТАМОВ Передвижная фотоэлектрическая установка для использования жителями сельских домохозяйств.....	34
S.Z.ZAINABIDINOV, A.Y. BOBOEV, B.M. ERGASHEV Growth of $(\text{Ge}_2)_{1-x-y}(\text{GaAs})_x(\text{ZnSe})_y$ Epitaxial Films on Si Substrates by Liquid-Phase Epitaxy.....	41
A.A. MIRZAALIMOV Uch tomonlama yoritilgan quyosh elementlari fotoelektrik parametrlariga haroratning ta'siri.....	46

Математика

SH.G. KASIMOV, L.A. RUZMETOVA, N.M. KOMILOV Miller–rossa ma'nosidagi kasr tartibli hosila va poligarmonik operator qatnashgan ayrim xususiy hosilali differensial tenglama uchun silindrik sohadagi boshlang'ich–chegaraviy masala.....	53
B.T. IBROXIMOV, S.O.G'ULOMOV Yarim tekislikda tutish masalasi.....	59
M.Y.ХОДЖАБЕКОВ, З.С.ЮЛДОШОВА Тебранишлардан ҳимояланувчи стерженни математик моделлаштириш	62
M.K. МАХКАМОВ, С.С. АХМАДЖОНОВ Применение метода характеристик для решения задачи об элементарном участке газопровода при истечении газа из его конца в окружающую среду.....	66

Информатика

МИРЗАЕВА М.М., МАХКАМОВ М.К., ТАЖИБАЕВ Ғ.О., МАМАЖАНОВ А.О. Боғдорчилик ва деҳқончилик маълумотларини рақамлаштириш масаласини ҳал этиш технологияси.....	74
---	----

УДК 666.5.017

Miller–rossa ma'nosidagi kasr tartibli hosila va poligarmonik operator qatnashgan ayrim xususiy hosilali differensial tenglama uchun silindrik sohadagi boshlang'ich–chegaraviy masala

Sh.G. Kasimov¹, L.A. Ruzmetova², N.M. Komilov³

¹ Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston

² Aniq va ijtimoiy fanlar universiteti, Toshkent, O'zbekiston

³ Andijon davlat universiteti, Andijon, O'zbekiston

Получена 26 октября 2023 г. Принята к печати 14 декабря 2023 г.

Annotatsiya. Jahon miqyosida olib borilayotgan ko'plab ilmiy-amaliy tadqiqotlar aksariyat hollarda issiqlik tarqalishi va to'liq tarqalish jarayonlarini matematik fizika tenglamalari orqali tadqiq qilish kabi masalalarga keltiriladi. Bunda, xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun boshlang'ich–chegaraviy masalalarning yechimlarini topish muhim ahamiyatga ega.

Matematik fizika tenglamalari nazariy va amaliy ahamiyatga ega. Mexanika, fizika, texnika va boshqa sohalarida uchraydigan turli jarayonlar matematik fizika tenglamalari orqali ifodalanadi. Matematik fizikaning issiqlik tarqalish tenglamalarini tekshirish va ularga qo'yiladigan asosiy masalalarni yechishdan iborat. Bu tenglamalarni o'rganish tegishli jarayonlar haqida tasavvurga ega bo'lish imkonini beradi. Ayni paytda ularni mantiqiy fikrlashga, to'g'ri xulosalar chiqarishga o'rgatadi.

Matematik fizika tenglamalari hozirgi zamon matematikasining muhim sohalaridan biridir. U matematikaning bir necha sohalarini, jumladan matematik analiz, funksiyalar nazariyasi, integral va differensial tenglamalar nazariyasi, funksional analiz, fizika, texnika fanlari bilan uzviy bog'liq. Matematik fizika tenglamalari so'ngi yillarda keng rivoj topib kelmoqda. Hozirgi vaqtda matematik fizikaning issiqlik tarqalish tenglamalaridan tashqari, kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun aralash masalalar ham o'rganilib va u fizikaning ko'pgina masalalarini hal qilish uchun keng tatbiq qilinmoqda.

Kalit so'zlar: yuqori tartibli xususiy hosilali differensial tenglama, vaqt bo'yicha kasr tartibli hosila, boshlang'ich chegaraviy masala, spektral usul, xos qiymatlar, xos funksiyalar, to'lalik, Riss bazisi, yagonalik, mavjudlik, qator.

Аннотация. Многие научные и практические исследования, проводимые в мировом масштабе, в большинстве случаев связаны с исследованием процессов распространения тепла и волн посредством уравнений математической физики. В этом случае важно найти решения начально-краевых задач для уравнений в частных производных.

Уравнения математической физики имеют теоретическое и практическое значение. Различные процессы, происходящие в механике, физике, технике и других областях, изображаются уравнениями математической физики. Он заключается в проверке уравнений теплораспределения математической физики и решении основных поставленных перед ними задач. Изучение этих уравнений дает представление о происходящих процессах. В то же время он учит их мыслить логически и делать правильные выводы.

Уравнения математической физики являются одним из важных направлений современной математики. Она неразрывно связана с несколькими разделами математики, в том числе с математическим анализом, теорией функций, теорией интегральных и дифференциальных уравнений, функциональным анализом, физикой, техническими науками. Уравнения математической физики в последние годы получили широкое развитие. В настоящее время, помимо уравнений теплопроводности математической физики, изучаются также смешанные задачи для уравнений в частных производных дробного порядка, которые широко используются для решения многих задач физики.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение в частных производных высокого порядка, дробная производная по времени, начально-граничная задача, спектральный метод, собственные значения, собственные функции, полнота, базис Рисса, единственность, существование, ряд.

Masalaning qo'yilishi.

Ushbu ishda $Q = U \times (0, T)$ shohada, bunda U markazi koordinata boshida bo'lgan R radiusli uch o'lchamli shar, T – esa, oldindan berilgan musbat son bo'lib, quyidagi

$$D_j^\alpha u(x, y, z, t) + (-1)^N a^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^N u(x, y, z, t) = 0, \quad (1)$$

$$(x, y, z, t) \in Q, \quad l - 1 \leq \alpha < l, \quad 0 \leq j \leq n - 1, \\ N, l, n, j + 1 \in \mathbb{N}$$

ko'rinishdagi tenglamani

$$\begin{cases} D_{j-i-1}^{\alpha-i-1} u(x, y, z, t) \Big|_{t=0} = \tilde{\varphi}_i^0(x, y, z), \quad i = 0, \dots, j-1, \\ \left. \frac{\partial^s u(x, y, z, t)}{\partial x^s} \right|_{t=0} = \varphi_s^0(x, y, z), \quad s = 0, \dots, l-j-1 \end{cases} \quad (2)$$

boshlang'ich shart va

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) \Big|_{(x, y, z) \in \partial U} &= 0, \\ \Delta u(x, y, z, t) \Big|_{(x, y, z) \in \partial U} &= 0, \dots, \\ \Delta^{N-1} u(x, y, z, t) \Big|_{(x, y, z) \in \partial U} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

chegaraviy shartlar bilan qaraymiz, bunda D_j^α Riman–Liuvill bo'yicha Miller–Rossa ma'nosidagi hosila bo'lgan integro–differensial operatoridir.

$f(t): \square_+ \rightarrow \square^m$ qandaydir l marta uzluksiz differensiallanuvchi funksiya bo'lsin. $l-1 \leq \alpha < l, l \in \square$ uchun α – tartibli Riman–Liuvill bo'yicha kasr tartibli hosilani

$$D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(l-\alpha)} \left(\frac{d}{dt} \right)^l \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-l+1}} d\tau \quad (4)$$

tenglik bilan kiritamiz, bunda $\Gamma(\cdot)$ – gamma-funksiya bo'lib, $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$ tenglikni qanoatlantiradi.

Ushbu

$$\begin{aligned} D^\alpha f(t) &= \sum_{k=0}^{l-1} \frac{t^{k-\alpha}}{\Gamma(k-\alpha+1)} f^{(k)}(0) + \\ &+ \frac{1}{\Gamma(l-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(l)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-l+1}} d\tau \end{aligned} \quad (5)$$

formula o'rinlidir.

Shunday qilib, α – tartibli Riman–Liuvill bo'yicha kasr tartibli hosilani

$$\sum_{k=0}^{l-1} \frac{t^{k-\alpha}}{\Gamma(k-\alpha+1)} f^{(k)}(0) \quad (6)$$

singulyar hadlar va

$$\frac{1}{\Gamma(l-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(l)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-l+1}} d\tau \quad (7)$$

integrallarning yig'indisi ko'rinishida tasvirlash mumkin. Bu oxirgi (7) integral Kaputo ma'nosidagi α – kasr tartibli hosila deb, yoki regulyarlashgan kasr tartibli hosila deb aytiladi. Ushbu (6) ko'rinishdagi hadlarning qatnashishi α – tartibli Riman–Liuvill bo'yicha kasr tartibli hosilaning nol nuqtada maxsuslikga egaligini bildiradi va α – tartibli Riman–Liuvill bo'yicha kasr tartibli hosilali differensial tenglama uchun Koshi masalasini qo'yishda

maxsus ko'rinishdagi boshlang'ich shartlarni berish zarur bo'ladi.

Riman–Liuvill bo'yicha kasr tartibli hosilaning bunday kamchiligi $l-1 \leq \alpha < l, l \in \square$ uchun α – tartibli regulyarlashgan kasr tartibli hosila

$$\begin{aligned} D^{(\alpha)} f(t) &= \frac{1}{\Gamma(l-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(l)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-l+1}} d\tau = \\ &= D^\alpha f(t) - \sum_{k=0}^{l-1} \frac{t^{k-\alpha}}{\Gamma(k-\alpha+1)} f^{(k)}(0) \end{aligned} \quad (8)$$

ko'rinishida bo'lib, birinchi bor Kaputo¹ ishlarida, hamda bog'liq bo'lmagan holda Djarbashyan va Nersesyan² ishlarida paydo bo'lgan.

Bu Riman–Liuvill bo'yicha kasr tartibli hosila va Kaputo bo'yicha kasr tartibli hosila ham yarim grupp xossalarini, shuningdek kommutativlik xossalarini ham qanoatlantirmaydi, ya'ni

$$D^{\alpha+\beta} f(t) \neq D^\alpha D^\beta f(t), \quad D^\alpha D^\beta f(t) \neq D^\beta D^\alpha f(t)$$

bo'ladi, bunda D^α orqali Riman–Liuvill bo'yicha kasr tartibli hosila, yoki Kaputo bo'yicha kasr tartibli hosilani bildiradi. Shu sababdan, Miller va Ross³ tomonidan sekvensial hosila deb ataluvchi quyidagi ta'rif kiritilgan:

$$D^\alpha f(t) = D^{\alpha_1} D^{\alpha_2} \dots D^{\alpha_m} f(t), \quad (9)$$

bunda $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$ – multiindeks, $f(t)$ funksiya esa, yetarlicha uzluksiz differensiallanuvchi deb olinadi. Umuman olganda, Miller–Rossa sekvensial hosilasi asosida joylashgan D^α operator sifatida Riman–Liuvill bo'yicha kasr tartibli hosila, yoki Kaputo bo'yicha kasr tartibli hosilani, yoki boshqa shu ko'rinishdagi operatorlarni qo'llash mumkin. Xususan, α_i butun son uchun $\left(\frac{d}{dt} \right)^{\alpha_i}$ oddiy differensiallash operatori bo'lishi mumkin. Miller–Rossa sekvensial hosilasining qo'llanilishi, xususan differensial tenglamaning tartibini pasaytiradi.

Qandaydir $\nu, l-1 \leq \nu < l, l \in \square$ sonni tanlaymiz. $\alpha = (j, \nu-l+1, l-1-j), j = 0, \dots, l-1$ bo'lgan holda to'xtalamiz.

$$\begin{aligned} D_j^\nu f(t) &= \left(\frac{d}{dt} \right)^j D^{\nu-l+1} \left(\frac{d}{dt} \right)^{l-1-j} f(t), \\ D_j^{(\nu)} f(t) &= \left(\frac{d}{dt} \right)^j D^{(\nu-l+1)} \left(\frac{d}{dt} \right)^{l-1-j} f(t) \end{aligned}$$

¹ Caputo M. Linear model of dissipation whose Q is almost frequency independent. II // Geophys. J. R. Astr. Soc. 1967. Vol. 13. P. 529-539.

² Джрбашян М.М., Нерсисян А.Б. Дробные производные и задача Коши для дифференциальных

уравнений дробного порядка // Изв. АН Армянской ССР. 1968. Т. 3, вып. 1. С. 3-29.

³ Miller K.S., Ross B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. New York: Wiley & Sons, 1993. 384 p.

Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research Vol. 5 Iss. 2 2023

shartlar va φ bo'yicha $Y(\theta, \varphi + 2\pi) = Y(\theta, \varphi)$ davriylik shartlarini hosil qilamiz. (15) tenglikdan, ya'ni

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y(\theta, \varphi)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \varphi)}{\partial \varphi^2} + \mu Y(\theta, \varphi) = 0 \quad (18)$$

tenglamani (17) shartlarni qanoatlantiruvchi trivial bo'lgan yechimi izlanadi, bunda μ qandaydir son. Bu yechimni $Y(\theta, \varphi) = \Phi(\varphi)W(\theta) \neq 0$ ko'rinishida izlasak, u holda $\Phi(\varphi)$ funksiya $\Phi(\varphi + 2\pi) = \Phi(\varphi)$ davriylik shartini va

$$\Phi''(\varphi) + \nu \Phi(\varphi) = 0 \quad (19)$$

tenglamani qanoatlantiruvchi funksiya bo'ladi.

$W(\theta)$ funksiya esa,

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta W'(\theta)) + \left(\mu - \frac{\nu}{\sin^2 \theta} \right) W(\theta) = 0, \quad \theta \in [0, \pi] \quad (20)$$

tenglamani qanoatlantiruvchi funksiya bo'ladi. (19) tenglamani 2π - davrli yechimi faqat $\nu = \nu_m = m^2$, $m = 0, 1, 2, \dots$ bo'lgan holda mavjud bo'lib, bu yechim

$$\Phi_m(\varphi) = A_m \cos m\varphi + B_m \sin m\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (21)$$

ko'rinishida bo'ladi.

Shuningdek, (20) tenglamada o'zgaruvchini kiritish orqali

$$t = \cos \theta$$

va $X(t)|_{t=\cos \theta} = X(\cos \theta) = W(\theta)$ deb belgilab, $X(t)$ uchun

$$\frac{d}{dt} \left[(1-t^2) \frac{dX}{dt} \right] + \left(\mu - \frac{m^2}{1-t^2} \right) X = 0 \quad (-1 < t < 1). \quad (22)$$

ergashgan funksiyalar tenglamasiga ega bo'lamiz. Ushbu (22) tenglama, biz avval ko'rganimizdek, faqatgina $\mu = n(n+1)$ uchun

$X(t)|_{t=\cos \theta} = P_n^{(m)}(t)|_{t=\cos \theta} = P_n^{(m)}(\cos \theta) = W(\theta)$ chegaralangan yechimga ega bo'ladi, bu yerda $m \leq n$.

Olingan n - tartibli sferik funksiyalar sistemasini yozamiz. $\cos k\varphi$ funksiyani o'z ichiga olgan funksiyalarga manfiy yuqori indeksini va $\sin k\varphi$ funksiyani o'z ichiga olgan funksiyalarga musbat

yuqori indeksini yozishni shartli belgilaymiz. U holda quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} m=0: & \quad Y_n^{(0)}(\theta, \varphi) = P_n(\cos \theta) \\ m=1: & \quad Y_n^{(-1)}(\theta, \varphi) = P_n^{(1)}(\cos \theta) \cos \varphi, \\ & \quad Y_n^{(1)}(\theta, \varphi) = P_n^{(1)}(\cos \theta) \sin \varphi \\ & \quad \dots\dots\dots \\ m=k: & \quad Y_n^{(-k)}(\theta, \varphi) = P_n^{(k)}(\cos \theta) \cos k\varphi, \\ & \quad Y_n^{(k)}(\theta, \varphi) = P_n^{(k)}(\cos \theta) \sin k\varphi \\ & \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

n - tartibli har xil $Y_n^{(m)}$ sferik funksiyalarning soni $2n+1$ taga teng. Bu $2n+1$ ta (23) sferik funksiyalarning chiziqli kombinatsiyasi

$$Y_n(\theta, \varphi) = \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\varphi + B_{nm} \sin m\varphi) P_n^{(m)}(\cos \theta) \quad (24)$$

ko'rinishida bo'ladi, yoki

$$Y_n(\theta, \varphi) = \sum_{m=-n}^n C_{mn} Y_n^{(m)}(\theta, \varphi)$$

ko'rinishida bo'ladi, bu yerda

$$C_{mn} = \begin{cases} A_{nm} & \text{agar } m \leq 0, \text{ bo'lsa,} \\ B_{nm} & \text{agar } m > 0, \text{ bo'lsa} \end{cases}$$

va bu funksiyalar ham sferik funksiyalar bo'lib, sferik garmonikalar deb aytiladi.

Endi (16) tenglamaga murojaat qilamiz. $\mu = n(n+1)$ tenglikni hisobga olgan holda $r = R$ uchun chegaraviy shartlari va $r = 0$ uchun tabiiy chegaralanganlik sharti, $R(r)$ funksiya uchun quyidagi xos qiymat masalasiga olib keladi:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left(\lambda - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) R = 0 \quad (25)$$

$$R(r)|_{r=R} = 0 \quad (26)$$

$$|R(0)| < \infty. \quad (27)$$

Ushbu

$$R(r) = \frac{y(r)}{\sqrt{r}} \quad (28)$$

o'rniga qo'yish yordamida bu tenglama $n + \frac{1}{2}$ tartibli Bessel tenglamasiga keltiriladi:

$$y'' + \frac{1}{r} y' + \left[\lambda - \frac{\left(n + \frac{1}{2} \right)^2}{r^2} \right] y = 0. \quad (29)$$

Bu tenglamaning umumiy yechimi ushbu ko'rinishga ega:

$$y(r) = AJ_{n+\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda}r) + BN_{n+\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda}r) \quad (30)$$

(27) chegaralanganlik shartidan,

$$B = 0$$

kelib chiqadi.

(26) chegaraviy shart, quyidagini beradi:

$$AJ_{n+\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda}R) = 0.$$

Biz tenglama uchun trivial bo'lmagan yechimlarni izlayotganimiz sababli, bunda $A \neq 0$ va shuning uchun,

$$J_{n+\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda}R) = 0.$$

Shuningdek,

$$J_{n+\frac{1}{2}}(\nu) = 0 \quad (31)$$

transsendent tenglamaning ildizlarini $\nu_1^{(n)}, \nu_2^{(n)}, \dots, \nu_m^{(n)}, \dots$ orqali belgilasak, u holda

$$\lambda_{m,n} = \left(\frac{\nu_m^{(n)}}{R} \right)^2 \quad (32)$$

xos qiymatlarini topamiz. Har bir $\lambda_{m,n}$ xos qiymatga $(2n+1)$ xos funksiyalar mos keladi. Biz quyidagi

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} J_{n+\frac{1}{2}}(x) \quad (33)$$

belgilashni kiritamiz. U holda (10) tenglamaning (11) chegaraviy shartdagi xos funksiyalari quyidagicha ifodalanishi mumkin.

$$\nu_{n,m,j}(r, \theta, \varphi) = \psi_n \left(\frac{\nu_m^{(n)}}{R} r \right) Y_n^{(j)}(\theta, \varphi) \quad (34)$$

($n = 0, 1, \dots; m = 1, 2, \dots; j = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n$)

Endi

$$\Delta v + k^2 v = 0 \quad (35)$$

to'liq tenglamasining

$$v|_{r=R} = f(\theta, \varphi) \quad (36)$$

birinchi ichki chegaraviy masalasining yechimini yozamiz.

Yuqoridagilardan ko'rinib turibdiki, bu masalaning yechimi ushbu

$$v(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=-n}^n f_{nj} \frac{\psi_n(kr)}{\psi_n(kR)} Y_n^{(j)}(\theta, \varphi) \quad (37)$$

ko'rinishda ifodalanadi, bu yerda f_{nj} – koefitsientlar $f(\theta, \varphi)$ funksiyani $\{Y_n^{(j)}(\theta, \varphi)\}$ sferik funksiyalar bo'yicha yoyishdagi koefitsientlari, ya'ni

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=-n}^n f_{nj} Y_n^{(j)}(\theta, \varphi) \quad (38)$$

Agar k^2 son xos qiymatlardan biri bilan ustma–ust tushsa

$$k^2 = \lambda_{m_0 n_0} = \left(\frac{\nu_{m_0}^{(n_0)}}{R} \right)^2$$

u holda (35)–(36) chegaraviy masala har bir $f(\theta, \varphi)$ funksiya uchun yechimga ega emas. Bu holda (37) formula shuni ko'rsatadiki, bizning chegaraviy masalamizning yechilishi uchun zarur va yetarli shart bu – $f_{n_0 j}$ koefitsientlarining nolga aylanishini ifodalaydi:

$$f_{n_0 j} = 0, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n_0$$

yoki

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta, \varphi) Y_{n_0}^{(j)}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = 0 \quad (39)$$

shartlar hosil bo'ladi. Agar bu shartlar bajarilsa, u holda yechim (37) formula bilan aniqlanadi, unda $n = n_0$ ga mos keladigan hadlar mavjud emas. Biroq, bu holda, yechim bir qiymatli bo'lmagan tarzda aniqlanadi, chunki unda $k^2 = \lambda_{m_0 n_0}$ songa mos keladigan xos funksiyalarining har qanday chiziqli kombinatsiyasi har doim qo'shilishi mumkin.

Shunday qilib, (1)–(3) boshlang'ich chegaraviy masalaning yechimi

$$u(r, \theta, \varphi, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=-n}^n \cdot \left[\sum_{s=0}^{l-j-1} t^s E_{\frac{1}{\alpha}} \left(-\lambda_{mn}^N \cdot t^{\alpha}; s+1 \right) \varphi_{s;m,n,j}^0 + \sum_{i=0}^{j-1} t^{\alpha-i-1} E_{\frac{1}{\alpha}} \left(-\lambda_{mn}^N \cdot t^{\alpha}; \alpha-i \right) \tilde{\varphi}_{i;m,n,j}^0 \right] \cdot \frac{\psi_n(kr)}{\psi_n(kR)} Y_n^{(j)}(\theta, \varphi) \quad (40)$$

ko'rinishda hosil bo'ladi, bunda

$$E_{\eta}(x; \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{\Gamma(k\eta^{-1} + \mu)}$$

Adabiyotlar

- [1] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Москва: Изд-во. МГУ, 1999. – 798 с.
- [2] Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. 3-е изд. М.: Наука, 1980. 688 с.
- [3] Igor Podlubny. Fractional Differential Equations // Mathematics in science and engineering. Volume 198. 1999. p. 340.
- [4] Коллатц Л. Задачи на собственные значения. Москва: Наука, 1968. – 504 с.
- [5] Коренев Б.Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании. М.: Наука, 1965. 355 с.
- [6] Крылов А.Н. Вибрация судов. М.: Наука, 2012. 216 с.
- [7] Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. – Москва: Наука, 1969. – 528 с.
- [8] Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. – Москва: Физматлит, 2003. – 272 с.
- [9] Псху А.В. Уравнения в частных производных дробного порядка. М.: Наука, 2005. 200 с.
- [10] Рэлей Л. Теория звука. 2-е изд. Т.1. М.: 1955. 504 с.
- [11] Сабитов К.Б. Колебания балки с заделанными концами. // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2015. Т. 19. № 2, с. 311 - 324.
- [12] Сабитов К.Б. К теории начально-граничных задач для уравнения стержней и балок. // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 1, с. 89-100.
- [13] Сабитов К.Б. Начальная задача для уравнения колебаний балки. // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 5, С. 665-671.
- [14] Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск: Изд-во. Наука и техника, 1987. – 688 с.
- [15] Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.
- [16] Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Начально-граничная задача для уравнения балки в многомерном случае // Дифференциальные уравнения. 2019 г. Том 55, №10, с. 1379-1391. DOI: 10.1134/S0374064119100091.
- [17] Kasimov Sh.G., Madрахimov U.S. On the unique solvability for initial-boundary problems of

vibrations of a beam, one end of which is fixed and the other is free, in the Sobolev classes in the multi-dimensional case // Uzbek mathematical jurnal. Tashkent “FAN”. 2019, № 4, DOI: 10.29229/uzmj. 2019-4-9. pp. 92-106.

Avtorlar haqida ma'lumotlar

Kasimov Shakirbay Gapparovich, fizika-matematika fanlari doktori, Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti differensial tenglamalar va matematik fizika kafedrasi profes-sori, 100174, O'zbekiston, Toshkent sh., Universitet ko'chasi 4 uy, Matematika fakulteti 309, shokiraka@mail.ru

Ruzmetova Lobar Abdulla qizi, Aniq va ijtimoiy fanlar universitetining 2-bosqich magis-tranti, O'zbekiston, Toshkent shahar, Olmazor tu-mani, Qoraqamish dahasi, loba-ruzmetova@gmail.com

Komilov Nuriddin Maxamadjonovich, Andijon davlat universiteti mexanika-matematika kafedrasi o'qituvchisi, 170100, O'zbekiston,