

ЗАХИРИДДИН
МУҲАММАД БОБУР
НОМИДАГИ АНДИЖОН
ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ANDIJAN STATE
UNIVERSITY NAMED
AFTER ZAKHIRIDDIN
MUKHAMMAD BABUR

ИЛМИЙ ХАБАРНОМА
Физика-математика
тадқиқотлари

SCIENTIFIC BULLETIN
Physical and
Mathematical Research

2023/№2(5)

ОГЛАВЛЕНИЕ

Физика

E.Z. IMAMOV, R.A. MUMINOV, M.A. ASKAROV, A.E. IMAMOV, X.N. KARIMOV. Properties of lead chalcogenide nanocrystals in nanoheterojunctions <Si:PbX>.....	5
A.P. ТУРАЕВ, К.Т.НОРМУРАТОВ, И.М.СОЛИЕВ Влияние всесторонних гидростатических давлений на свойства Si<Ni>.....	10
Ш.Х. ЙУЛЧИЕВ, Б.ГУЛОМОВ, Н. ЮНУСАЛИЕВ Алюминий атомлари киритилган ZnO пленкаларининг оптик ва электрофизик хоссалари.....	15
H.J. MANSUROV. X.A. MAXMUDOV, M. PACULOBA ZnO пленкасининг оптик хоссалари.....	19
O.O. OLIMOV, I.I. ANARBOYEV Granulalangan Si asosida olingan poli-Si ning mikrotuzilmasi va elektrofizik xossalari.....	22
A.A. АБДУМАЛИКОВ О РАСПАДЕ ^{166}Tu	26

Техника

P.A. МУМИНОВ, М.Н. ТУРСУНОВ, Х. САБИРОВ, Т.З. АХТАМОВ Передвижная фотоэлектрическая установка для использования жителями сельских домохозяйств.....	34
S.Z.ZAINABIDINOV, A.Y. BOBOEV, B.M. ERGASHEV Growth of $(\text{Ge}_2)_{1-x-y}(\text{GaAs})_x(\text{ZnSe})_y$ Epitaxial Films on Si Substrates by Liquid-Phase Epitaxy.....	41
A.A. MIRZAALIMOV Uch tomonlama yoritilgan quyosh elementlari fotoelektrik parametrlariga haroratning ta'siri.....	46

Математика

SH.G. KASIMOV, L.A. RUZMETOVA , N.M. KOMILOV Miller–rossa ma'nosidagi kasr tartibli hosila va poligarmonik operator qatnashgan ayrim xususiy hosilali differensial tenglama uchun silindrik sohadagi boshlang'ich–chegaraviy masala.....	53
B.T. IBROXIMOV, S.O.G'ULOMOV Yarim tekislikda tutish masalasi.....	59
M.Y.ХОДЖАБЕКОВ, З.С.ЮЛДОШОВА Тебранишлардан ҳимояланувчи стерженни математик моделлаштириш	62
M.K. МАХКАМОВ, С.С. АХМАДЖОНОВ Применение метода характеристик для решения задачи об элементарном участке газопровода при истечении газа из его конца в окружающую среду.....	66

Информатика

МИРЗАЕВА М.М., МАХКАМОВ М.К., ТАЖИБАЕВ Ғ.О., МАМАЖАНОВ А.О. Боғдорчилик ва деҳқончилик маълумотларини рақамлаштириш масаласини ҳал этиш технологияси.....	74
---	----

Применение метода характеристик для решения задачи об элементарном участке газопровода при истечении газа из его конца в окружающую среду

М.К. Махкамов¹, С.С. Ахмаджонов²

¹Андижон давлат университети, 170100, Андижон шаҳри, Университет кўчаси, 129 уй

²Андижон машинасозлик институти, 1703401, Андижон ш., Бобур шох кучаси 56 уй

Получена 2 ноября 2023 г. Принята к печати 10 декабря 2023 г.

Аннотация. В рамках гиперболических уравнений состояния газа на коротком элементарном участке газопровода и с привлечением формулы Н.Е. Жуковского о скорости истечения газа в качестве граничного условия сформулирована задача об истечении газа из конца участка через штуцер. Уравнения линеаризованы введением массового расхода газа и решены методом характеристик. Для случая задания входного массового расхода газа получены формулы расчета для первого условного периода времени, который соответствует времени пробега малых возмущений всю длину участка. Получены рекуррентные формулы для расчета значений давления, массового расхода и скорости газа в последующих условных периодах по времени. Приведены некоторые численные результаты расчетов, полученные для постоянных значений функций, фигурирующих в краевых условиях. Выявлены закономерности распространения волн разрежения и уплотнения, образованные в начале истечения газа из элементарного участка газопровода.

Ключевые слова: газопровод, квазиодномерные уравнения, импульс, масса, малые возмущения, характеристики, рекуррентные формулы.

Abstract: Within the framework of hyperbolic equations of state of gas on a short elementary section of a gas pipeline and with the involvement of N.E. Zhukovsky on the rate of gas outflow, as a boundary condition, the problem of gas outflow from the end of the section through the choke was formulated. The equations are linearized by introducing the mass flow rate of the gas and solved by the method of characteristics. For the case of specifying the input mass flow rate of gas, calculation formulas are obtained for the first conditional period of time, which corresponds to the travel time of small disturbances over the entire length of the section. Recurrent formulas are obtained for calculating the values of pressure, mass flow rate and gas velocity in subsequent conditional periods in time. Some numerical results of calculations obtained for constant values appearing in the boundary conditions of functions are presented. The regularities of the propagation of waves of rarefaction and compaction, formed at the beginning of the outflow of gas from an elementary section of the gas pipeline, are revealed.

Keywords: gas pipeline, quasi-one-dimensional equations, momentum, mass, small disturbances, characteristics, recurrent formulas.

Аннотация. Газ қуварининг қисқа чиқиқли қисмида газ ҳолатининг гиперболик тенгламалари доирасида ва штуцер орқали участка охиридан газ чиқишига доир масала Н.Е.Жуковскийнинг газнинг оқиб чиқиши тезлигига оид формуласидан фойдаланиб шакллантирилди. Тенгламалар газ масса сарфини киритиш орқали чиқиқлаштирилди ва характеристикалар усули билан ечилди. Кичик кўзғалишларнинг участка узунлигини тўлиқ босиб ўтишига сарфланадиган вақтга тенг шартли давр учун киришдаги масса сарфи берилган ҳолатига мос ҳисоблаш формулалари олинди. Вақтнинг кейинги шартли даврларида газ босими, масса сарфи ва тезлигини ҳисоблаш учун рекуррент формулалар таклиф этилган. Бошланғич ва чегаравий шартларда қатнашувчи функцияларнинг ўзгармас қийматлари учун айрим ҳисоблаш натижалари келтирилган. Газ қувири чиқиқли қисмидан газ оқиб чиқишининг бошланишида ҳосил бўлган зичланиш ва сийракланиш тўлқинлари тарқалиши қонуниятлари аниқланган.

Калит сўзлар: газ қувири, квази бир ўлчовли тенгламалар, импульс, масса, кичик кўзғалишлар, характеристикалар, рекуррент формулалар.

Введение

Взгляд на распространение волн уплотнения и разрежения в газопроводах, в зависимости от цели их использования, двоякий. Если транспортируется газ или тепло для доставки до потребителя, то скачки импульса и давления являются отрицательными факторами. От этих скачков страдает как пользователь, так и сами установки. Многократные повторения скачков приводит к накоплению остаточной

деформации на определенных участках сети, а также образованию помпажа в нагнетателях, приводящего к вибрации [1]. Если трубопровод используется в целях передачи механической энергии (пневмопривод), то фактор распространения скачков, скорее всего, служит в пользу дела [2]. Но необходимо знать закономерности распространения скачков импульса и давления в обоих случаях.

Известно, что расчет сети газопроводов при проектировании проводятся с данными, относящимися линейным участкам и точечным элементам [3]. Линейный участок – это трубопровод с определенными длиной, внутренним диаметром, коэффициентом трения, перепадом нивелирной высоты, эффективным коэффициентом теплоотдачи в окружающую среду и другими показателями. В зависимости от установившегося гидродинамического режима течения на линейном участке проводится расчет перепада давления согласно значению расхода газа и изменению температуры транспортируемого газа по известным формулам. Точечные элементы разделяют сеть на линейные участки с отдельными показателями газа и участка. Это могут быть точки подключения производителя и потребителя, нагнетателя, изменения диаметра трубопровода (телескопичность), подключение арматуры управления и другие.

При расчете магистральных газопроводов, у которых рабочее давление высокое, потеря давления в точечных элементах, в отличие от линейных элементов, будет не большая и для их учета результат теоретического расчета по общей потери давления на элементарных участках умножат на поправочный коэффициент 1.05 или 1.10 [4]. При расчете газопроводов, применяемых при сборе газа из месторождения, и распределительной сети, где рабочее давление среднее и низкое, влияние точечных элементов на потерю давления будет весомым, и местное сопротивление каждого элемента учитывается [1,4] путем увеличения действительной длины элементарного участка в соответствии с потерей давления на этом точечном элементе.

Для случаев, когда количество точек подключения потребителей большое, разработан метод расчета путевого отбора [5]. При этом суммарный отбор, соответствующий определенной длине трубопровода, делится на расстояние и определяется коэффициент путевого отбора m . И расчет ведется не для заданного массового расхода M , а для переменного расхода $M+mx$.

В зависимости от ожидаемого объема потребления газа и топологии сети газопровода выбираются мощности компрессорных станций. Головная и дожимные компрессорные станции, которые входят в состав магистральных газопроводов, должны обеспечить доставки газа до произвольного потребителя давлением, значение которого должно быть больше

минимально допустимого по нормативам давления газа.

Таким образом, точность расчета сети газопроводов определяется точностью газодинамического расчета линейных участков сети.

Газодинамический расчет элементарного участка газопровода с учетом переменной площади поперечного сечения $f=\pi D^2/4$ ведется на основе квазиодномерных уравнений трубопроводного транспорта реального газа. Законы сохранения массы, импульса и энергии, осредненные по поперечному сечению трубопровода, имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho f)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w f)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial(\rho w f)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w^2 f)}{\partial x} = -f \left(\frac{\partial p}{\partial x} + g \rho \frac{dz_1}{dx} \right) - \frac{\pi}{4} \lambda \rho w |w| R, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho f \left(\varepsilon + \frac{w^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho w f \left(\varepsilon + \frac{w^2}{2} \right) \right] = - \frac{\partial(\rho w f)}{\partial x} \\ - \rho w f g \frac{dz_1}{dx} - p \frac{df}{dt} + Qf + \frac{\partial}{\partial x} \left(kf \frac{T}{\partial x} \right) - \Phi(T, T_a). \end{cases}$$

Здесь ρ , p , w , T являются средними показателями плотности, давления, скорости и температуры газа в сечении x в момент времени t ; λ , $R=D/2$ – коэффициент сопротивления трения и радиус трубы; g – ускорение силы гравитации; k – коэффициент теплопроводности газа в законе Фика; $z_1(x)$ – нивелирная высота оси трубопровода. Внутренняя энергия принята в виде $\varepsilon=c_v T$, c_v – приведенная изохорическая теплоемкость газа.

Достоверность данной системы уравнений доказана в [6] на основе проверки и сравнения несколько десятков вариантов уравнений из научной литературы и соответствия их к физике процесса.

Данная система замыкается уравнением состояния реального газа

$$p = Z \rho R T.$$

Здесь коэффициент сверхсжимаемости газа $Z = \frac{p}{\rho R T}$ служит мерой отклонения

состояния реального газа от закона Менделеева-Клапейрона. Для определения значения коэффициента Z используются различные уравнения Ван дер-Вальсового типа и широко используемым из них на сегодняшний день является уравнение Редлиха-Квонга [1,6]:

$$Z^3 - Z^2 + Z(a^2 - b^2 p - b)p - a^2 b p^2 = 0,$$

где $a^2 = 0,4278 \frac{T_{kp}^{2,5}}{P_{kp} T^{2,5}}$, $b = 0,0867 \frac{T_{kp}}{P_{kp} T}$, а

индексом « kp » выделены критические показатели транспортируемого газа или газовой смеси.

В инженерных расчетах путевым изменением температуры и коэффициента сжимаемости газа пренебрегают и используются их средние значения. Но в условиях низкой и высокой температуры окружающей среды эти факторы существенны [7-8] и необходимо их учитывать в силу возможных вариантов образования гидратов и капель [9-11].

Даже при использовании средней температуры газа система квазиодномерных уравнений и уравнение состояния газа остаются нелинейными. Понижению степени неизвестных в уравнениях способствуют вспомогательные функций [12-14], переход к массовому расходу [3,15] и линеаризация уравнений [16]. Различные аналитические методы и обобщенные функции используются при решении задач трубопроводной транспортировки газа [17] в зависимости от учета или игнорирования того или иного силового и энергетического фактора. Разрабатываются аналитические и численные методы решения задач [18-21] для большого спектра граничных условий элементарного участка газопровода, которые для сети служат внутренними условиями.

Многочисленные задачи трубопроводного транспорта газа в условиях образования и распространения волн уплотнения решены методом характеристик [22-23]. Введение калибровочных функций или бегущих волн позволили учитывать распространения волн в двух направлениях по длине участка с учетом и без учета диссипации кинетической энергии [20]. Тем не менее, мало изучены задачи, когда на границе рассматриваемого участка наложено условие в виде взаимосвязи между искомыми функциями.

Такие задачи формируются, например, при учете характеристик нагнетателя: разность квадрата давления на выходе и на входе нагнетателя прямо пропорциональна квадрату расхода газа [1]. Таким же примером может служить реализация формулы Н.Е. Жуковского для описания истечения газа в открытую атмосферу [16] или закачки газа в элементарный участок (т.е. начало работы участка). В рамках математической физики

двух этих примеров нельзя отнести к конкретному роду граничных условий.

Ниже рассматривается задача об истечении газа из элементарного участка трубопровода в открытое пространство, где для формирования граничного условия использована формула Н.Е. Жуковского:

$$p - p_0 = \rho c (w - w_a).$$

Здесь $c = \sqrt{ZRT}$ – скорость распространения малых возмущений давления в газе, а нулевым индексом выделены показатели газа вне трубопровода. И.А.Чарным доказано [16], что данная формула уместна для всех (пяти) гидродинамических режимов течения.

Материалы

Задача ставится следующим образом.

Заданы начальные распределения давления и скорости газа по длине участка $x \in [0, l]$:

$$p(x, 0) = p_0(x), \quad w(x, 0) = w_0(x). \quad (1)$$

Связь между давлением и плотности газа задана в виде

$$p(x, t) = c^2 \rho(x, t).$$

На входе в область расчета задано изменение значения массового расхода в зависимости от времени

$$M(0, t) = \psi_0(t). \quad (2)$$

а на выходе из участка задано условие истечения газа в открытое пространство согласно формуле Н.Е. Жуковского при $w_0=0$:

$$p(l, t) - \psi_l(t) = \alpha f \rho(l, t) w(l, t). \quad (3)$$

Здесь полагали, что разность между давлением в конце участка $p(l, t)$ и атмосферным давлением $\psi_l(t)$, а также правая часть в равенстве $c\rho(l, t)w_s(l, t)$ относятся поперечной площади штуцера s , через который истекает газ. При этом массовые расходы газа через штуцер и конечного сечения трубы взаимно равны: $c\rho(l, t)w_s(l, t) = f\rho(l, t)w(l, t) = M(l, t)$. Соответственно, имеет место равенство $\alpha = c/s$.

При моделировании процесса истечения газа через конечное сечение привлекаем квазиодномерные нелинейные уравнения сохранения импульса и массы изотермического газа в рамках подхода короткого трубопровода [3, 16], т.е. в уравнении сохранения импульса не учитываем сил трения и гравитации, а также локальную составляющую силы инерции газа:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \rho w}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho w}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

Метод решения задачи

Переход к массовому расходу газа $M=f\rho w$ в уравнениях и условиях позволяет составить линейную задачу относительно давления и массового расхода газа:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{f} \frac{\partial M}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c^2}{f} \frac{\partial M}{\partial x} = 0; \end{cases}$$

$$p(x, t) = p_0(x), \quad M(x, 0) = M_0(x),$$

$$M(0, t) = \psi_0(t),$$

$$p(l, t) - \psi_l(t) = \alpha M(l, t).$$

Введем новые искомые функции

$$u(x, t) = p(x, t) + \frac{c}{f} M(x, t),$$

$$v(x, t) = p(x, t) - \frac{c}{f} M(x, t), \quad (4)$$

которые приводят к системе уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} + c \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial t} + c \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0. \end{cases}$$

Складывая и вычитая эти уравнения, составим отдельные уравнения переноса субстанций по направлению возрастания координаты x и против нее

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} - c \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

При этом начальные условия (1) приобретают вид

$$u(x, 0) = p_0(x) + \frac{c}{f} M_0(x) = \varphi_0^{(u)}(x), \quad (6)$$

$$v(x, 0) = p_0(x) - \frac{c}{f} M_0(x) = \varphi_0^{(v)}(x); \quad (7)$$

а граничные условия (2) и (3) –

$$u(x, 0) - v(0, t) = \frac{2c}{f} \psi_0(t), \quad (8)$$

$$(1 - k)u(1 + k)v(l, t) = 2\psi_l(t). \quad (9)$$

Здесь ввели обозначение $k = f / s$.

Расчетную область $D\{(x, t): 0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T\}$ делим на полосы с равномерным шагом по времени – условным периодом l/c и в каждом из них получим формулы для расчета.

Начнем решение с первой временной полосы $x \in [0, l/c]$.

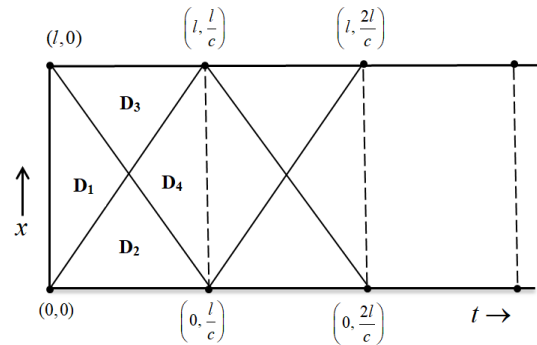


Рис. 1. Разделение расчетной области на временные полосы и подобласти полос

Характеристики системы уравнений имеют одинаковый вид для всех временных полос:

$$x = \pm ct + const.$$

С привлечением характеристик $x-ct=0$ и $x+ct=l$, которые проходят через точки $(0, 0)$ и $(l, 0)$, разделим первую временную полосу на подобласти D_1, D_2, D_3 , и D_4 (рис. 1). В подобласти $D_1 \cup D_2$ выполним интегрирование второго уравнения системы (5) вдоль характеристики $x=\pm ct+const$. Проходящая через точки (x, t) характеристика записывается в виде $\xi + c\eta = x + ct$, откуда находим $\xi = x + c(t - \eta)$. Вдоль характеристики η функция $v(x, t)$, согласно второму уравнению системы (5), сохраняет свое значение

$$\frac{d}{d\eta} v[x + c(t - \eta), \eta] = 0.$$

Интегрируя это уравнение по η в пределах от 0 до t , для подобласти $D_1 \cup D_2$ находим

$$v(x, t) = v(x + ct, 0) = \varphi_0^{(v)}(x + ct). \quad (10)$$

Рассуждая аналогично, в подобласти $D_1 \cup D_3$ относительно $u(x, t)$ вдоль характеристики ξ получим решение

$$u(x, t) = \varphi_0^{(u)}(x - ct). \quad (11)$$

Вдоль характеристики $x-ct=const$ в подобласти $D_2 \cup D_4$ сохраняет свое значение функция $u(x, t)$. Поэтому получим зависимость

$$u(x, t) = u\left(0, t - \frac{x}{c}\right).$$

Согласно граничному условию при $x=0$

$$u\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = v\left(0, t - \frac{x}{c}\right) + \frac{2c}{f} \psi_0(t).$$

Здесь по характеристике $l-x=ct$ определим $v\left(0, t-\frac{x}{c}\right)=\varphi_0^{(v)}(ct-x)$.

В результате для подобласти $D_2 \cup D_4$ получим формулу

$$u(x, t) = u\left(0, t-\frac{x}{c}\right) = \varphi_0^{(v)}(ct-x) + \frac{2c}{f} \psi_0\left(t-\frac{x}{c}\right). \quad (12)$$

Значение функции $u(x, t)$ в подобласти $D_2 \cup D_4$ вдоль характеристики $x+ct=const$ сохраняет свое значение

$$v(x, t) = v(l, \eta_2) = \frac{2}{1+k} \psi_l(\eta_2) - \frac{1-k}{1+k} u(l, \eta_2).$$

которое формировалось в точки (l, η_2) . Здесь $\eta_2(x, t)$ точка пересечения характеристики $x+ct=const$ с прямой $x=l$, т.е. $\eta_2(x, t) = t - \frac{l-x}{c}$.

В связи с этим для подобласти $D_3 \cup D_4$ уместна формула

$$v(x, t) = \frac{2}{1+k} \psi_l\left(t - \frac{l-x}{c}\right) - \frac{1-k}{1+k} \varphi_0^{(u)}(2l-x-ct). \quad (13)$$

Таким образом, получены формулы (10)-(13) для определения значений функций $u(x, t)$ и $v(x, t)$ во всех подобластях первой временной полосы. Обратный переход к исходным искомым функциям, который производили по формулам

$$p(x, t) = \frac{1}{2} [u(x, t) + v(x, t)],$$

$$M(x, t) = \frac{f}{2c} [u(x, t) - v(x, t)], \quad (14)$$

показали, что начальные и граничные условия задачи удовлетворены.

При известных значениях давления и массового расхода газа скорость его определяется по формуле

$$w(x, t) = \frac{4c^2}{\pi D^2} \frac{M(x, t)}{p(x, t)}. \quad (15)$$

Результат получился в виде вложенных функций: для каждой новой временной полосы из известных из предыдущей временной полосы функций строится новая пара функций по приведенным выше рекуррентным формулам. Это – интервальная математика двух функций в сложной форме. Но мы ограничимся рассмотрением случая интервальной арифметики, когда функции $p_0(x)$, $M_0(x)$, $\psi_0(t)$, $\psi_l(t)$ заданы постоянными значениями p_0 , M_0 , ψ_0

и ψ_l соответственно. При этом можно построить решение в рекуррентных формулах.

Полагаем, что в начале n -й временной полосы известны значения давления p_{n-1} и массового расхода M_{n-1} , а также входной массовый расход $\psi_0=M_b$ и атмосферное давление $\psi_l=p_a$. В соответствии им находим значения вспомогательных функций в подобластях D_1 , D_2 , D_3 , D_4 данной временной полосы:

$$D_1: u_n(x, t) = \varphi_n^{(u)} = p_{n-1} + \frac{c}{f} M_{n-1}, \quad v_n(x, t) = \varphi_n^{(v)} = p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1};$$

$$D_2: u_n(x, t) = \varphi_n^{(v)} + \frac{2c}{f} \psi_0 = p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1} + \frac{2c}{f} M_b, \quad v_n(x, t) = \varphi_n^{(v)} = p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1};$$

$$D_3: u_n(x, t) = \varphi_n^{(u)} = p_{n-1} + \frac{c}{f} M_{n-1}, \quad v_n(x, t) = \frac{c}{1+k} p_a - \frac{1-k}{1+k} \left(p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1}\right);$$

$$D_4: u_n(x, t) = \varphi_n^{(v)} + \frac{2c}{f} M_b = p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1} + \frac{2c}{f} M_b,$$

$$v_n(x, t) = \frac{2}{1+k} p_a - \frac{1-k}{1+k} \left(p_{n-1} + \frac{c}{f} M_{n-1}\right).$$

В соответствии им определим значения давления и массового расхода газа в подобластях D_1 , D_2 , D_3 , D_4 данной временной полосы:

$$D_1: p_n(x, t) = p_{n-1}, \quad M_n(x, t) = M_{n-1}; \quad (16)$$

$$D_2: p_n(x, t) = p_{n-1} + \frac{c}{f} (M_b - M_{n-1}), \quad M_n(x, t) = M_b; \quad (17)$$

$$D_3: p_n(x, t) = \frac{p_a + k(p_{n-1} + cM_{n-1}/f)}{1+k}, \quad M_n(x, t) = M_{n-1} + \frac{f}{c} \frac{p_{n-1} - p_a}{1+k}; \quad (18)$$

$$D_4: p_n(x, t) = \frac{p_a + kp_{n-1}}{1+k} + \frac{c}{f} \left(M_b - \frac{M_{n-1}}{1+k}\right), \quad M_n(x, t) = M_b - \frac{kM_{n-1}}{1+k} + \frac{f}{c} \frac{p_{n-1} - p_a}{1+k}. \quad (19)$$

Таким образом, формируя новые и новые входные условия $p_n(x, t)$ и $M_n(x, t)$ при $t=nl/c$, можем дойти до времени T .

Обсуждение результатов

Составлена программа расчета, где сначала для n -й временной полосы определяются дискретные значения p_n и M_n по формулам (16)-(19), а дальше заполняются таблицы по подобластям D_1 , D_2 , D_3 и D_4 данной временной полосы. Результаты получены для $k=0.1$, 0.3 и 0.01 при $l=5000$ м, $D=100$ м, $M_0=0$ кг/с, $p_0=5.0$ МПа, $p_a=0.1$ МПа. Скорость распространения малых возмущений давления и импульса составила $c=359.80$ м/с, а условный период $l/c=2.77983$ с.

На рис. 2 приведена динамика давления в подобласти D_1 (кривая 1 – верхняя), D_2 (кривая 2 – начинающаяся из верхнего

значения), D_3 (кривая 3, начинающая из ступеньки) и D_4 (кривая 4 – нижняя) для первых 31 условных периодов.

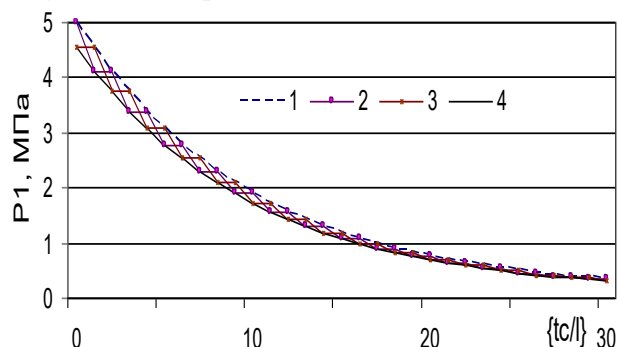


Рис. 2. Изменения значений давления в подобластях D_1 , D_2 , D_3 и D_4 (кривые 1-4) в первых 30-и условных периодах. $l=5000$ м, $M_0=0$ кг/с, $p_0=5.0$ МПа, $p_a=0.1$ МПа, $c=359.80$ м/с

В 114-й временной полосе давление становится 0.1 МПа с точностью кПа.

Соответствующие этому случаю дискретные значения массового расхода газа приведены на рис. 3. Входной массовый расход (в подобласти D_1) имеет нулевое значение (кривая 2), ступеньками снижается давление в подобласти D_3 (кривая 3). Между ними совершают челночное движение давления в подобластях D_3 (кривая 1 – начинается с нуля) и D_4 (кривая 4).

Как ожидалось, из-за истечения газа из участка, давление убывает монотонно, а массовый расход газа демонстрирует “дыхание” трубы с постепенным угасанием: при $t=114$ л/с уже имеет место условие $M<0.001$ кг/с.

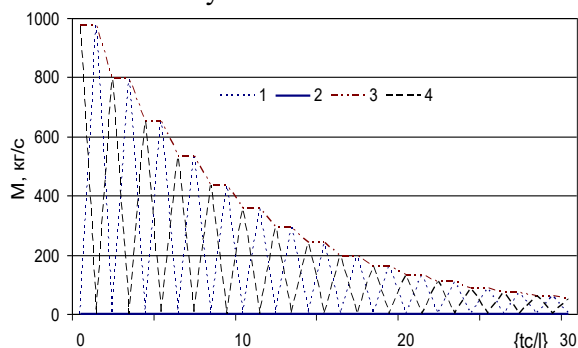


Рис. 3. Динамика массового расхода в подобластях 1, 2, 3 и 4. Данные см. рис. 2

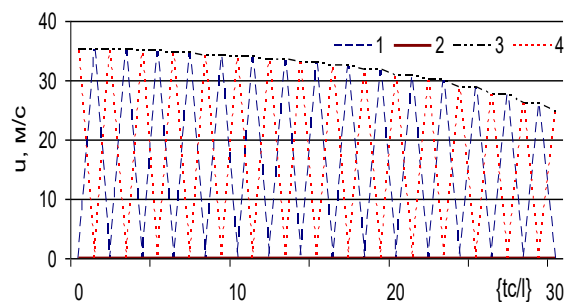


Рис. 4. Изменения скорости потока в подобластях 1-4 по времени. Данные см. рис. 2

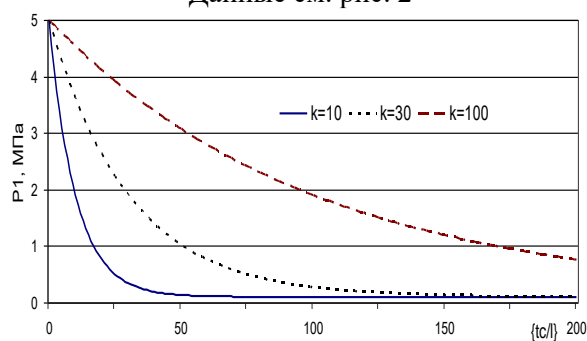


Рис. 5. Временные изменения давления в подобласти D_1 для трех значений $k=f/s$ Данные см. рис. 2

Обозначения, использованные на рис. 3, сохранены и при визуализации скорости для подобластей $D_1 - D_4$ (рис. 4). Можно отметить выпуклый характер скорости в подобласти D_3 .

На рис. 5 приведены изменения давления в подобласти D_1 при $k=10, 30$ и 100 для временного отрезка $te[0, 200]$ л/с. При большом просвете штуцера s происходит интенсивное снижение давления до предельного значения $p_a=0.1$ МПа, а при малом значении s - более медленное его падение.

Если на этом рисунке наблюдается более гладкое изменение давления, то на рис. 6 и 7, где демонстрирована динамика массового расхода в D_3 и скорости потока в D_4 , заметны ступеньки. В обоих случаях наблюдается тенденция стремления к состоянию покоя. Можно полагать, что значения давления и массового расхода газа падают экспоненциальным законом.

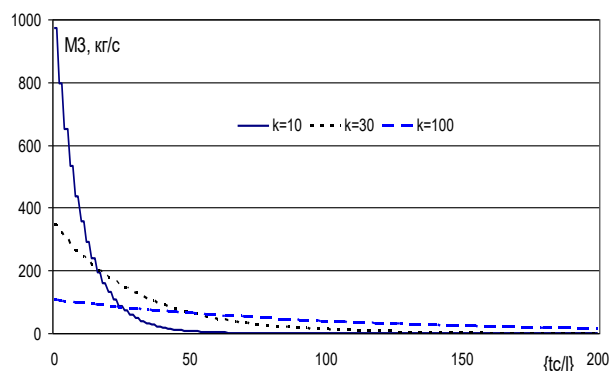


Рис. 6. Изменение массового расхода газа в подобласти D_3 в первых 201-и временных полосах для трех значений $k=f/s$. Данные см. рис. 2

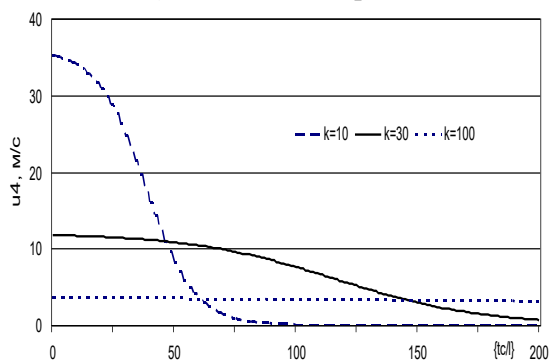


Рис. 7. Динамика скорости потока в подобласти D_4 в первых 201-и временных полосах при различных значениях $k=f/s$. Данные см. рис. 2

Заметим, что скорость истечения газа через штуцер имеет значение, которое в $k=f/s$ раз превосходит от значения скорости в подобласти D_4 .

Выводы

В рамках подхода короткого трубопровода решена задача об истечении газа из конца участка через штуцер, когда на входе элементарного участка известен закон изменения массового расхода газа. Скорость истечения газа определена по формуле Н.Е. Жуковского.

Задача решена методом характеристик, для чего введены вспомогательные уравнения переноса субстанций в двух направлениях. Область расчета разделена на временные полосы с шагом $1/s$, и каждая полоса разделена на подобласти.

В зависимости от краевых условий найдены решения задачи в первой временной полосе, а для определения показателей в последующих полосах предложен алгоритм использования полученных формул.

Для постоянных значений функций, фигурирующих в краевых условиях, получены

рекуррентные формулы для вычисления давления и массового расхода в подобластях временных полос.

Представлены численные результаты по истечению газа из элементарного участка, входное сечение которого закрыто. Выявлены закономерности распространения волн разряжения и уплотнения, образованные в начале истечения газа из элементарного участка газопровода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коротаев Ю.П., Ширковский А.И. Добыча, транспорт и подземное хранение газа. - М.: Недра, 1997, 487 с.
2. Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов: Учеб. для вузов. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Е.Баумана, 2001, 320 с.
3. Грачев В.В., Щербаков С.Г., Яковлев Е.И. Динамика трубопроводных систем. - М.: Наука, 1987, 438 с.
4. Новоселов В.Ф., Гольянов А.И., Муфтахов Е.М. Типовые расчеты при проектировании и эксплуатации газопроводов / Учебное пособие для ВУЗов. - М.: Недра, 1982, 136 с.
5. Бобровский С. А., Щербаков С. Г., Гусейн-заде М. А. Движение газа в газопроводах с путевым отбором. - М.: Наука, 1972, 193 с.
6. Селезнев В.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н. Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте. Математические методы моделирования и практическое применение / Под ред. В.Е.Селезнева. М.: МАКС Пресс, 2007, 200 с.
7. Г.И. Курбатова, Н.Н. Ермолаева, Б.Я. Никитчук. Модели оледенения и оттаивания внешней поверхности морского газопровода в северных морях // Мат. модел., 2019, т.31, №5, с.3–19.
8. Ebrahimi-Moghadam A. et al. CFD analysis of natural gas emission from damaged pipelines: Correlation development for leakage estimation // Journal of Cleaner Production. 2018, Vol. 199, No. 2, pp.257-271. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.07.127>
9. Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Тулупов Л.А. Моделирование гидратообразования в газопроводах. - Нефтегазовое дело, 2005. <http://www.ogbus.ru>
10. Figueiredo A.B. et al. Numerical simulation of stratified-pattern two-phase flow in gas pipelines using a two-fluid model // International Journal of Multiphase Flow. 2017, Vol. 88, pp30-49. doi <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2016.09.016>

11. Сулейманов В. А. Неравновесная термодинамика процесса трубопроводного транспорта природного газа. – Научно-технический сборник: Вести газовой науки. 2019, №2(39), с.74-79.
 12. Дж. Уизем. Линейные и нелинейные волны. Пер. с англ. – М.: Мир, 1977, 624 с.
 13. О.В. Руденко. Основы нелинейной акустики. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 181 с.; O.V. Rudenko. Fundamentals of nonlinear acoustics. - M.: Publishing house of Moscow State University, 1983, 181 p.
 14. Рукавишников В.А., Ткаченко О.П. Влияние изгиба профиля трубопровода на распространение внутренних гидроупругих волн // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2010, том 50, № 11, сс.1988-1997.
 15. Хужаев И.К., Мамадалиев Х.А., Куканова М.А. Аналитическое решение задачи о распространении волны уплотнения в наклонном трубопроводе, вызванное торможением жидкости // Проблемы вычислительной и прикладной математики, Ташкент, 2015, №2, с.65-79.
 16. И.А. Чарный. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Изд. 2-е. – М.: Недра, 1975, 296 с.
 17. В.В. Грачев, М.А. Гусейнзаде, Б.И. Ксендз, Э.И. Яковлев. Сложные трубопроводные системы. – М.: Недра, 1982, 256 с.
 18. Agegnehu Atena, Tilahun Muche. Modeling and Simulation of Real Gas Flow in a Pipeline // Journal of Applied Mathematics and Physics, 2016, Vol. 4, pp.1652-1681.
 19. Ю.А.Криксин, В.Ф.Тишкин. Гибридный подход к решению одномерных уравнений газовой динамики // Мат. модел., 2018, т.30, №8, с.17–31.
 20. О.Ш. Бозоров, М.М. Маматкулов. Аналитические исследования нелинейных гидродинамических исследований в средах с медленно меняющимися параметрами. – Ташкент, ТИТЛП, 2015, 96 с.
 21. Khujaev, I., Mamadaliev, Kh. An iterative method for solving nonlinear equations of real gas pipeline transport // AMSD-2019 Journal of Physics: Conference Series 1441 (2020) 012145 IOP Publishing doi:10.1088/1742-6596/1441/1/012145
 22. Б.М. Будаков, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. Сборник задач по математической физике. – М.: Наука, 1972, 678 с.
 23. А.М. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977, 736 с.
 - dots: production, properties, lasers. // FTP. 1998. Vol. 32. No. 4. pp. 385-410.
 33. Prigozhin I.R., Stengers I. Time, chaos, quantum. Towards the solution of the Time Paradox. M, 2000.
 34. H. Haken // Synergetics // Springer, Berlin-Heidelberg, 1997.
 35. Schaller, R. D.; Sikora, M.; Pietryga, J. M.; Klimov, V. I. Nano Lett. 2006, 6, 424
- Муаллифлар ҳақида маълумот:*
Махкамов Мадаминжон Комилович – техника фанлари номзоди, Андижон давлат университети ахборот технологиалари кафедраси доценти. E-mail: mailuzbek@umail.uz
Телефон: +998905481417
Ахмаджонов Сарварбек Содикович – PhD, Андижон машинасозлик институти Умумтехника фанлари кафедраси ўқитувчиси, E-mail: s.axmadjonov1990@mail.ru
Телефон: +998941082779